Bibl. Lipp.
Nro 2628.

Math. Appl. 128. R

128

Elemente
der
angewandten Mathematik
von

Gabriel Knogler
Benediktiner in Scheyern, d. G. u. W. D. churfl. wirkl. geistl. Rathe, offentl. ordentl. Professor der Mathematik auf der churfl. Universität zu Ingolstadt, und Präfekt des akademischen Gymnasiums daselbst, dann der philosophischen Fakultät d. Z. Dekan.

Die Geostatik, Hydrostatik, und Aerostatik.

R

Nebst 8 Kupfertafeln.

Mit Begnehmigung der philosophischen Fakultät.

Zu finden bey Aloys Attenkofer, churf. Universitäts-Buchhändler und Buchbinder in Ingolstadt.
1796.

Bayerische Staatsbibliothek München

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Ein Künstler arbeitet sich mit eigenen Instrumenten leichter, als mit fremden. Mit seiner Feder schreibt man besser, als mit einer andern. So geht es auch jedem Lehrer bey seinem Unterrichte. Es geschieht ihm allemal leichter, und sein Unterricht wird seinen Zuhörern faßlicher, wenn er nach seinem Plane arbeiten kann, als wenn er sich nach einem fremden richten muß. Wer sich, besonders mehrere Jahre, mit dem Lehramte abgegeben hat, wird mir hierinn gewiß nicht unrecht geben können. Wenn man in den

ersten Jahren mit dem entweder selbst gewählten, oder von höhern Orten aus vorgeschriebenen Erklärungsbuche auch noch so zufrieden ist; so wird man in den folgenden doch bald davon abzugehen anfangen, welches eine ganz natürliche Folge, theils des selbst eigenen Nachdenkens, theils des Lesens verschiedener Bücher über den nemlichen Gegenstand ist, wozu man durch öftere Wiederholung des nemlichen Lehrkurses veranlasset wird. Je mehr man sich, seinen Zuhörern faßlich, und deutlich zu werden, bemühet, desto eher wird man in dem Erklärungsbuch, wenn es auch an sich das beste seyn mag, etwas finden, das einem nicht recht gefallen will, was man gerne anders haben möchte. Bald wünschet man mehr Theoretisches, bald mehr Praktisches. Mancher Beweis ist für gegenwärtige Anfänger zu kurz, ein anderer zu lange, ein dritter zu schwer, u. d. g. Man fängt an beyzusetzen, wegzulassen, dort etwas auszuheben, da etwas einzuschieben.

Kurz,

Kurz, man ändert, heuer dieß, ein anders Jahr etwas anders, und so nach, und nach das Ganze. So ist es wenigstens mir bey meinen öffentlichen Unterricht in der Mathematik gegangen, und so sind gegenwärtige Elemente entstanden.

Die Absicht, die ich bey der Herausgabe derselben gehabt, ist keine andere, als Anfängern, besonders jenen, die meinen Unterricht genießen, die Erlernung der angewandten Mathematik, als einer, auf das allgemeine Beßte unläugbaren Einfluß habenden Wissenschaft, so leicht, als möglich, und zugleich recht nützlich zu machen. Ich hätte manchesmal mehr Theorie vortragen können. Allein weil Anfängern meistens noch das Vorurtheil anklebt, als wenn Theorie, weis nicht was Schweres, an sich hätte, und sie dadurch gar oft allen Lust, und Neigung zur Mathematik verliehren, anbey denselben auch oft jene Gründe aus der reinen Mathematik fehlen, die zu einer etwas tiefern Theorie in

der angewandten unentbehrlich sind; so habe ich mich lieber mit dem Wenigen begnügen, als mit vieler Theorie Zeit, und Mühe fruchtlos verliehren wollen. Die Beweise habe ich oft theils mehr auseinander gesetzt, theils kürzer zusammengezogen, als man sie sonst iu Lehrbüchern findet, je nachdem mich die Erfahrung gelehrt, daß sie von meinen Herren Zöhörern am leichtesten verstanden, und gefasset worden. Besonders habe ich mich die Hydrostatik, und Aerostatik so vorzutragen bemühet, daß Anfänger das, worinn diese zwo Wissenschaften miteinander übereinkommen, als das, worinn sie voneinander abweichen, von selbst leicht werden bemerken können. Wenn sie demohngeachtet hie, und da etwas finden, das sie das erstemal nicht gleich verstehen; so wird mir dieß gar nicht unerwartet seyn, indem ich mich bey Verfassung dieser Elemente immer erinnert, daß Anfänger zwar geleitet, aber nicht auf den Händen getragen werden müssen.

Baco

Baco von Verulam sagt in seinem vortreflichen Werke: Fideles Sermones, C. XLVIII. de Lectione, et Studio literarum. Literae sui usum non satis edocent; sed haec res prudentia quaedam est, extra eas, et supra eas sita, observatione tantum comparata. Von dieser merkwürdigen Wahrheit hat mir die Erfahrung viele Beweise geliefert. Ich habe öfters den Versuch gemacht, und wann ich mit der Theorie fertig war, meinen Herrn Zuhörern die Anwendung davon selbst überlassen. Ich fand aber fast allemal, daß sich kaum einer, oder der andere zu helfen wußte, und sie wunderten sich, wenn ich ihnen die Fälle hererzählte, bey denen sich die Theorie z. B. des Hebels, so kurz sie auch beysammen ist, so leicht zur Erklärung anwenden läßt. Ich habe daher keine Gelegenheit versäumet, zur Anwendung wenigst einige Fingerzeige zu geben, um dadurch Anfängern, so viel möglich, praktischen Nutzen zu verschaffen.

Sollte

Sollte ich hiedurch zur Verbreitung mathematischer Kenntnisse etwas, so wenig es auch gleichwohl seyn mag, beygetragen haben; so wird mir dieß die beste Belohnung, und zugleich die größte Aufmunterung zur Fortsetzung der angefangenen Arbeit seyn.

Ingolstadt den 12ten März 1796.

Vorkenntnisse.

§. 1.

Die angewandte Mathematik (Mathesis applicata) ist derjenige Theil der Mathematik, der sich mit wirklichen Gegenständen beschäftiget.

§. 2.

Da alle wirkliche Gegenstände im Raume, und in der Zeit, und folglich Größen (Quanta) sind; so ist demnach die ganze Welt ein Objekt der angewandten Mathematik, und es würde in selber so viele besondere Theile geben, als es Arten von Größen giebt, deren Quantität sich bestimmen läßt.

§. 3.

Indessen geht man doch soweit nicht, und theilt die ganze angewandte Mathematik in vier Hauptklassen ab, nemlich in die

mechanischen,
optischen,
astronomischen, und
architektonischen Wissenschaften.

§. 4.

Die mechanischen Wissenschaften handeln vom Gleichgewicht, und von der Bewegung, und enthalten

1) die Geostatik, d. i. die Wissenschaft vom Gleichgewichte der festen Körper.
2) Die Hydrostatik, d. i. die Wissenschaft vom Gleichgewichte der flüßigen Körper.
3) Die Aerostatik, d. i. die Wissenschaft vom Gleichgewichte der Luft, als eines schweren, und elastischen Fluidi.
4) Die Mechanik, d. i. die Wissenschaft von der Bewegung überhaupt, und besonders der festen Körper.
5) Die Hydraulik, d. i. die Wissenschaft von der Bewegung der flüßigen Körper.

§. 5.

Die optischen Wissenschaften handeln vom Lichte, als:

1) Die **Optik**, vom Lichte, welches in gerader Linie vom Objekte in unser Aug kommt.
2) Die **Katoptrik**, vom zurückgeworfenen Lichte.
3) Die **Dioptrik**, vom gebrochenen Lichte.
4, Die **Perspektiv**, von der Zeichnung der Körper auf einer Fläche, wie sie uns in einer gegebenen Weite und Lage gegen unser Aug erscheinen.

§. 6.

Die **astronomischen** Wissenschaften handeln von den Himmelskörpern, und der Erde. dahin gehört

1) die **Astronomie**, von der Bewegung, Größe, und Verbindung der Weltkörper.
2) Die **Geographie**, von der Figur, und Grösse der Erde, und der Lage der Oerter auf ihr, sowohl gegen die Sonne, als gegeneinander.
3) Die **Chronologie**, von Bestimmung der Zeit vermittelst der Astronomie, und der Verfertigung der Kalender.
4) Die **Gnomonik**, von Bestimmung der Zeit vermittelst der Sonnen = Monds = und Sternuhren.

§. 7.

Die **architektonischen**, oder Bau = und Kriegswissenschaften enthalten

1) die bürgerliche Baukunst, von der Aufführung, Einrichtung, und Verzierung der Gebäude.

2) Die Artillerie, vom Geschütz, und andern Werkzeugen des Angriffes, und der Vertheidigung.

3) Die Kriegsbaukunst, oder Fortifikation, vom Bau, Angriff, und Vertheidigung der Festuugswerke.

§. 8.

Körper heißt ein jeder Gegenstand, der in einem allenthalben begränzten Raume da ist. Z. B. das Buch, der Tisch, ein Stein ꝛc.

§. 9.

Da ein Körper ein Gegenstand der Empfindung ist; so muß in dem Raume, den er einnimmt, etwas seyn, das empfunden wird, und dieses **Etwas**, das an sich seyn mag, was es will, heißt die **Materie** des Körpers.

Zus. Materie, und allenthalben begrenzter Raum sind also die Bestandtheile des Begriffes von einem Körper.

§. 10.

In jedem Körper giebt es ein Ausser- und Nebeneinanderseyn des Mannigfaltigen, wodurch der Körper einen Raum einnimmt.

Nun

Nun heißt aber das Ausser- und Nebeneinanderseyn des Mannigfaltigen in einem Ding die Ausdehnung desselben.

Also hat jeder Körper eine Ausdehnung.

§. 11.

Unter dem **Raumesinhalt** (Volumen) eines Körpers versteht man die Quantität des Raumes, den er durch seine Ausdehnung einnimmt.

§. 12.

Die Materie eines Körpers, ihrer Quantität nach betrachtet, heißt die **Masse** desselben.

§. 13.

Dicht heißt ein Körper insofern in seinem Raumesinhalt Masse da ist.

Zus. Einer geometrischen Figur kann man also keine Dichtigkeit beylegen, weil sie in dem Raume, den sie durch ihre Ausdehnung einnimmt, keine Masse enthält.

§. 14.

Satz. Die Dichtigkeit eines Körpers verhält sich gerade wie seine Masse, und umgekehrt wie sein Raumesinhalt.

Denn da im Begriffe von Dichtigkeit nichts anders, als Raumesinhalt, und Masse enthalten

ten ist; so kann sie auch nur mit diesen zweyen im Verhältnisse stehen.

Da ferner ein Körper dicht ist, in sofern Masse in seinem Raumesinhalt da ist; so hat man um so mehr Grund demselben Dichtigkeit beyzulegen, je mehr er Masse in seinem Raumesinhalt hat, d. i. je größer seine Masse im Vergleiche mit seinem Raumesinhalt, d. i. je größer der Exponent des Verhältnisses zwischen der Masse, und dem Raumesinhalt ist.

Nun ist dieser desto größer, je größer die Masse, und je kleiner der Raumesinhalt ist.

Also ist ein Körper desto dichter, je größer die Masse, und je kleiner zugleich der Raumesinhalt ist.

Folglich verhält sich die Dichtigkeit eines Kürpers gerade wie seine Masse, und umgekehet wie sein Raumesinhalt.

Zus. 1. Wenn Anfänger einen Anstand haben sollten, wie denn Masse, und Raumesinhalt, als ungleichartige Dinge, Glieder eines Verhältnisses, die doch allemal gleichartig seyn müssen, seyn können; so därfen sie nur bedenken, daß Masse, und Raumesinhalt als Quanta betrachtet gleichartig sind, und als solche, Glieder eines Verhältnisses seyen.

Zus. 2. Es heiße die Dichtigkeit eines Körpers D, seine Masse M, sein Raumesinhalt V; so ist $D = \frac{M}{V}$.

Be-

Benennet man die nemlichen Dinge eines andern Körpers mit d, m, v; so ist ebenfalls $d = \frac{m}{v}$, und $d : D = \frac{m}{v} : \frac{M}{V} = m\,V : M\,v$.

Beyspiel. Es sey m = 43,8, v = 1, M = 1264, V = 4; so ist

$$d : D = \frac{34,8}{1} : \frac{1264}{4} = 43,8 : 314 = 1 : 7,2 \ldots$$

Zus. 3. Ist v = V; so ist d : D = m : M. Ist aber m = M; d : D = V : v. Und wenn d = D; so ist auch m V = M v, und m : M = v : V.

§. 15.

Wenn in jedem gleichgrossen Theile des Raumesinhaltes eines Körpers gleichviele Masse da ist; so ist seine Dichtigkeit **gleichförmig**: ausser dem aber ist sie **ungleichförmig**.

§. 16.

Ein Körper heißt **absolut dicht**, wenn die Materie desselben im Raumesinhalt überall unmittelbar da ist, und also den Raum, worinn sie enthalten, völlig einnimmt: ausser dem hat der Körper nur **respektive**, oder **relative Dichtigkeit**.

§. 17.

Dünne, **locker** heißt ein Körper wenn er weniger dicht ist, als ein anderer, mit dem er verglichen wird.

§. 18.

Sobald wir über den Begriff eines Körpers, bey dem wir bisher stehen geblieben, hinaus, und wieder zur Erfahrung übergehen; so ist **Bewegung**, d. i. Veränderung der äußern Relation im Raume, das erste, was wir an demselben wahrnehmen.

Zus. Demnach muß es bey jeder Bewegung zwey Correlate geben.

§. 19.

Da die Bewegung, als solche von den Beschaffenheiten der zwey Correlate gar nicht abhängt; so kann man diese allemal als zween materiele Punkte, und alle Bewegung als eine Bewegung zweyer Punkte betrachten.

Nun läßt sich alle Bewegung zweyer Punkte durch eine Linie darstellen.

Also läßt sich auch jede Bewegung zweyer Correlate, es mögen diese beschaffen seyn, wie sie wollen, durch eine Linie vorstellen.

Nun giebt es in jeder Linie eine Richtung.

Also giebt es anch in jeder Bewegung eine Richtung, und die Richtung einer Bewegung ist demnach nichts anders, als die Richtung derjenigen Linie, durch welche die Bewegung vorgestellt wird.

§. 20.

Gleichwie wir uns in jedem Körper ein Ausser: und Nebeneinanderseyn, und denselben dadurch im Raume vorstellen müssen; eben so müssen wir uns auch in aller Bewegung ein Auf: und Nacheinanderfolgen, und dieselbe dadurch in der Zeit vorstellen.

Gleichwie man die Materie des Körpers ihrer Quantität nach betrachtet, die Masse des Körpers nennt; eben so nennt man auch die Veränderung der äußern Relation, ihrer Größe nach betrachtet, den **Weg der Bewegung**, den Raum derselben.

Gleichwie endlich ein Körper in sofern dicht genannt wird, als er Masse in seinem Raumesinhalt hat; eben so nennt man eine Bewegung **geschwind**, in sofern das Bewegliche einen Weg in einer bestimmten Zeit, gleichsam in einem Zeitinhalt beschreibt.

Man sieht hieraus

1) daß, gleichwie es in jeden Körper wesentlich eine Dichtigkeit giebt, es anch in jeder Bewegung wesentlich eine Geschwindigkeit gebe.

2) Daß, gleichwie der Begriff von Dichtigkeit aus den Begriffen von Masse, und Raumesinhalt entsteht; eben so der Begriff von Geschwindigkeit aus den Begriffen von Weg, und einer bestimmten Zeit entstehe.

3) Daß,

3) Daß, gleichwie sich die Dichtigkeit gerade verhält wie die Masse, und umgekehrt, wie der Raumesinhalt, die Geschwindigkeit sich ebenfalls gerade wie der Weg, und umgekehrt, wie die Zeit verhalte.

Zus. 1. Es bedeute C die Geschwindigkeit, S den Weg, T die Zeit; so ist $C = \frac{S}{T}$.

Man lasse c, s, t die nemlichen Dinge für eine andere Bewegung gelten; so ist ebenfalls $c = \frac{s}{t}$, und $c : C = \frac{s}{t} : \frac{S}{T} = sT : St$.

Beyspiel. Es sey s = 18 Fuß, t = 3 Sekunden, S = 24 F. T = 6 Sek., so ist $c : C = \frac{18}{3} : \frac{24}{6} = 6 : 4 = 3 : 2$.

Zus. 2. Ist t = T: so ist c: C = s: S. Ist aber s = S; so ist c: C = T: t. Und wenn c = C; so ist sT = St, nnd s: S = t: T.

§. 21.

Eine Bewegung heißt **langsam**, wenn sie weniger geschwind ist als eine andere, mit der sie verglichen wird.

§. 22.

Ruhe ist beharrliche Gegenwart an dem nemlichen Orte. Beharrlich aber ist das, was eine Zeit hindurch dauert.

§. 23.

Satz. Eine Bewegung kann nicht anders aufgehoben werden, als durch eine andere entgegengesetzte Bewegung, d. i. wenn man mit selber zugleich eine andere gleichgrosse Bewegung in entgegengesetzter Richtung verbindet.

Denn ein Ding kann nicht anders aufgehoben werden, als durch ein anders ihm Gleichartiges, und Entgegengesetztes.

Nun giebt es aber für eine Bewegung nichts Gleichartiges, als eine andere Bewegung.

Also kann eine Bewegung nicht anders aufgehoben werden, als ꝛc.

§. 24.

Satz. Jede Bewegung hat eine gewisse Quantität.

Denn jede Bewegung hat eine gewisse Geschwindigkeit.

Jede Geschwindigkeit besteht in dem Verhältnisse zwischen den gemachten Weg, und der Zeit, und hat folglich eine gewisse Quantität.

Also hat auch jede Bewegung eine geaiisse Quaneität.

§. 25.

Satz. Die Quantität der Bewegung eines Körpers steht im zusammgesetzten Verhältnisse aus der Masse, und der Geschwindigkeit.

1) Da ein Körper in sofern Bewegung hat, in sofern er in einer bestimmten Zeit einen gewissen Weg beschreibt, d. i. in sofern er Geschwindigkeit hat; so ist offenbar, daß er um so mehr, und folglich eine um so größere Bewegung habe, je größer seine Geschwindigkeit ist.

2) In einer marschirenden Armee ist gewiß mehr Bewegung, als in einem einzelnen Soldaten: denn die Bewegung der Armee enthält alle Bewegungen der einzelnen Soldaten, und ist folglich desto grösser, je mehr Soldaten sind.

Nun stelle man sich die Armee als einen physischen Körper vor, dessen Masse die Soldaten der Armee bedeuten; so ist klar, daß des Körpers Bewegung desto größer sey, je größer seine Masse ist.

Folglich ist die Quantität der Bewegung eines Körpers desto größer, je größer seine Masse ist, und je größer zugleich seine Geschwindigkeit ist.

Folglich verhält sich die Quantität der Bewegung eines Körpers wie das Produkt aus der Masse, und der Geschwindigkeit.

Folg=

Folglich steht sie im zusammgesetzten geraden Verhältniße aus der Masse, und der Geschwindigkeit.

Zus. 1. Es heiße die Quantität der Bewegung eines Körpers Q, die Masse M, die Geschwindigkeit C; so ist Q = M C.

Wenn q, m, c die nemlichen Stücke für die Bewegung eines andern Körpers bedeuten; so ist wiederum q = m c, und q : Q = m c : M c.

Zus. 2. Wenn m = M; so ist q : Q = c C. Ist c = C; so ist q : Q = m : M. Ist q = Q; so ist m c = M C, und m : M = C : c.

§. 26.

Bewegungen sind Veränderungen, und müssen als solche ihre Ursachen haben, so zwar, daß, wenn jene gleich sind, auch diese einander gleich seyn müssen.

Nun heißt das, was Ursach einer Bewegung seyn kann, bewegende Kraft.

Also müssen gleiche Bewegungen von gleichen Kräften herkommen.

Da nun gleiche, und entgegengesetzte Bewegungen einander aufheben; so müssen auch gleiche, und entgegengesetzte bewegende Kräfte, wenn sich beyde in gleichen Umständen befinden, einander aufheben.

§. 27.

§. 27.

Unter der **allgemeinen Schwerkraft** versteht man jene verborgene Kraft der Natur, mittels welcher entfernte Körper überhaupt sich einander nähern, oder doch zu nähern streben, ohne daß man eine äußere Ursach davon wahrnehmen kann. Und eben dieß Phänomen ist es, was man unter der **allgemeinen Schwere** versteht.

§. 28.

Unter der **Schwerkraft im besondern Sinne**, oder unter der **Schwerkraft** schlechtweg, versteht man jene verborgene Kraft der Erde, mit welcher sie auf den Mond, und die auf ihr befindliche Körper wirket, so daß sich diese derselben entweders wirklich nähern, oder doch zu nähern streben, ohne daß man eine äußere Ursache davon wahrnehmen kann. Und eben dieses zweyfache Phänomen versteht man, wenn man sich des Ausdruckes: **Schwere im besondern Sinne**, oder **Schwere** schlechtweg bedient.

Wenn ein Körper gar nicht unterstützt ist; so bewegt er sich in gerader, und, soviel man beobachten kann, auf die Oberfläche des stillstehenden Wassers perpendikulärer Richtung gegen die Erde herab, d. h. er **fällt**.

Ist

Ist er aber durch Unterstützung zu fallen gehindert; z. B. ein Stein auf der Hand; so drückt er auf das, was ihn unterstützt, und dieser Druck seiner Größe nach betrachtet heißt das **Gewicht** des Körpers.

Zus. 1. Eigentlich begreift also die Schwere zwey Phänomene in sich, nämlich den Fall, und das Gewicht der Körper. Indessen bedient man sich aber dennoch dieses Wortes sehr oft um das Gewicht des Körpers allein auszudrücken, z. B. Man sagt: dieser Körper ist drey Pfund schwer, anstatt er wiegt drey Pfund.

Zus. 2. Weil die Erde im Ganzen eine Kugel ist; so kommen alle Richtungen der frey fallenden Körper im Mittelpunkte der Erde zusammen, und man kann daher sagen, die Körper haben ein Bestreben sich gegen den Mittelpunkt der Erde zu bewegen.

§. 29.

Man unterscheidet ein dreyfaches Gewicht der Körper, nemlich das **absolute**, **respektive**, und **eigenthümliche**, oder **spezifische**.

Wenn man an einem Körper nur allein die Größe des Druckes an sich, ohne Rücksicht auf den Raumesinhalt, betrachtet; so ist dieses sein **absolutes Gewicht**. Z. B. man wiegt einen Stein, ohne darauf zu sehen, wie groß er ist.

§. 30.

§. 30.

Satz. Das absolute Gewicht eines Körpers steht mit der Quantität der Materie im geraden Verhältnisse.

Denn es ist desto größer, je größer der Druck des Körpers ist. Dieser ist aber desto größer, je grötzer die Menge der drückenden, d. i. der materiellen Theilchen ist. Also rc.

Zus. 1. Da die Quantität der Materie die Masse des Körpers ist (§. 12.); so steht das absolute Gewiche des Körpers auch mit seiner Masse im geraden Verhältnisse. Es bedeute P das absolute Gewicht, und M die Masse des Körpers; so ist $P = M$, und wenn p, und m die nämlichen Stücke für einen andern Körper bedeuten; so ist wiederum $p = m$, und $p : P = m : M$.

Zus. 2. Man kann also die Quantität der Materie eines Körpers nach seinem absoluten Gewicht, und dieses nach jener schätzen. Dieß geschieht, wenn man sich z. B. ein Pfund Zucker vorwiegen läßt.

§. 31.

Wenn man bey der Größe des Druckes eines Körpers zugleich auf seinen Raumesinhalt Rücksicht nimmt; so entsteht der Begriff vom respektiven Gewichte desselben, und dieses ist nichts anders, als die Größe des Druckes, den ein Körper bey einem gewissen Raumesinhalt

aus-

ausübt. Z. B. Wenn ich sage: ein Kubikfuß Wasser wiegt 70 ℔; so ist dieß sein respektives Gewicht.

§. 32

Satz. Das respektive Gewicht eines Körpers verhält sich gerade wie das absolute, und umgekehrt wie der Raumesinhalt des Körpers.

Die ganze Sache hat die größte Aehnlichkeit mit dem, was oben §§. 12. 13. von der Masse, und Dichtigkeit gesagt worden ist.

Gleichwie nemlich die Masse eines Körpers nichts anders ist, als die Quantität der Materie an sich, ohne Rücksicht auf den Raumesinhalt; so ist auch das absolute Gewicht nichts anders, als die Quantität des Druckes an sich, ohne Rücksicht auf den Raumesinhalt.

Gleichwie die Dichtigkeit des Körpers nichts anders ist, als die Masse, in sofern sie in dem Raumesinhalt desselben enthalten ist: eben so ist auch das respektive Gewicht des Körpers nichts anders, als sein absolutes Gewicht, in so fern es in einem gewissen Raumesinhalt angetroffen wird.

Hieraus ergiebt sich von selbst, daß, gleichwie die Dichtigkeit eines Körpers sich gerade verhält wie die Masse, und umgekehrt wie der Raumesinhalt, eben so das respektive Gewicht

desselben gerade wie das absolute, und umgekehrt wie der Raumesinhalt sich verhalten müsse.

Zus. 1, Es heiße das respektive Gewicht eines Körpers R; so ist $R = \frac{P}{V}$.

Wenn r, p, v die nemlichen Stücke für einen andern Körpec bedeuten; so ist wiederum $r = \frac{p}{v}$, und $r : R = \frac{p}{v} : \frac{P}{V} = pV : Pv$.

Zus. 2. Ist $v = V$; so ist $r : R = p : P = m : M$ (§. 30.) $= d : D$. (§. 14. Zus. 3.) Ist $p = P$; so ist $r ; R = V : v$.

§. 33.

Wenn man bey den respektiven Gewichten ϱ, und r zweyer Körper α, und a von gleichen Raumesinhalt auf die Zahl e sieht, welche anzeigt, wie vielmal das respektive Gewicht ϱ des Körpers α in dem respektiven Gewichte r des andern a enthalten ist; so nennt man diese Zahl e das eigenthümliche oder spezifische Gewicht des Körpers a, d. i. e ist das eigenthümliche Gewicht des Körpers a, wenn $\frac{r}{\varrho} = e$. Z. B. Es bedeute r das respektive Gewicht eines Kubikfußes Queckſilber, oder sey = 949 Pf. franz. Gewichts, und ϱ bedeute das respektive Gewicht ei-

eines Kubikfußes reinen, oder Regenwassers, oder sey = 70 Pf. franz. Gew.; so ist $\frac{r}{\varrho} = \frac{949}{70} = 13{,}56$.. und eben diese Zahl das eigenthümliche Gewicht des Quecksilbers.

Zus. 1. Um das eigenthümliche Gewicht eines Körpet zu finden, muß man also allemal einen andern Körper zu Hilfe nehmen, gleichwie wir hier das Wasser zu Hilfe genommen haben. Und das reine Wasser ist derjenige Körper, den man allemal zur Bestimmung des eigenthümlichen Gewichtes eines jeden andern Körpers zu Hilfe nimmt. Z. B. Wenn es heißt das eigenthümliche Gewicht des Erlenholzes sey = 0,800; so will dies soviel sagen, als das Gewicht eines Kubikfußes Wasser sey in dem Gewichte eines Kubikfußes Erlenholz 0,800mal enthalten. Das respektive Gewicht des Wassers ist das Maaß, dessen man sich zur Bestimmung des eigenthümlichen Gewichtes aller Körper bedient.

Zus. 2. Es sey R das respektive, und E das eigenthümliche Gewicht eines andern Körpers; so ist $E = \frac{R}{\varrho}$. Mithin $e : E = \frac{r}{\varrho} : \frac{R}{\varrho} = r : R = \frac{p}{v} : \frac{P}{V}$ (§. 32.) $= \frac{m}{v} : \frac{M}{V}$ $= d : D$ (§. 14.).

§. 34.

Eigenthümliche, und respektive Gewichte verschiedener Körper, nach französischen Maaß, und Gewicht.

Körper.	Eigenthüml. Gewicht.	Gewicht eines Kubikfußes.			
		Pf.	Unz.	Dr.	Gr.
Geschmolzenes nicht geschlagenes Gold	19,2581	1348	1	0	41
— — und geschlagenes Gold .	19,3617	1355	5	0	60
Geschmolznes nicht geschlagenes Silber	10,4743	733	3	1	52
— — und geschlagenes Silber	10,5107	735	11	7	43
Rohe Platina . .	15,6017	1092	1	7	17
Gereinigte, uud geschmiedete Platina	20,3366	1423	8	7	67
Geschmolzenes nicht geschmiedetes Kupfer	7,7880	545	2	4	35
Kupferdrath . .	8,8785	621	7	7	26
Geschmolznes Eisen	7,2070	504	7	6	52
Gehämmertes Eisen	7,7880	545	2	4	35
Reines geschmolznes Zinn	7,2914	510	6	2	68

Rei-

Körper.	Eigenthüml. Gewicht.	Gewicht eines Kubikfußes.			
		Pf.	Unz.	Dr.	Gr.
Reines geschmolznes und gehämmertes Zinn	7,2994	510	15	2	45
Geschmolznes Bley.	11,3523	794	10	4	44
Quekſilber . . .	13,5681	949	12	2	13
Orientalischer Diamant . . .	3,5212	246	7	5	69
— — Rubin .	4,2833	299	13	2	26
— — Tobas .	4,0106	280	11	6	70
— — Sapphir .	3,9941	279	9	3	10
Böhmischer Granat	4,1888	293	3	3	17
Bergkristall . .	2,6548	185	13	3	1
Derber Quarz . .	2,6471	185	4	6	1
Sandstein zum Pflastern	2,4158	169	1	5	41
Schleifstein . .	2,1429	150	0	0	28
Orientalischer Agath	2,5901	181	4	7	21
Gemeiner Schiefer.	2,6718	187	0	3	24
Dachschiefer . .	2,8535	199	11	7	26
Orientalischer Alabaster	2,7302	191	2	6	42
Marmor . .	2,7242	190	11	0	60
Schwerspath . .	4,4300	310	1	4	58
Flußspath . .	3,1555	220	14	1	20
Porphyr . .	2,7651	193	8	7	21
Gemeines Glas .	2,6423	184	15	3	1
Grünes Glas . .	2,7325	191	4	3	14

Eng=

Körper.	Eigenthüml. Gewicht.	Gewicht eines Kubikfußes.			
		Pf.	Unz.	Dr.	Gr.
Englisches Flintglas	3,3293	233	0	6	38
Geschmolzner Schwefel . .	1,9907	139	5	3	56
Destillirtes Wasser .	1,0000	70	0	0	0
Meerwasser . . .	1,0263	71	13	3	39
Burgunderwein .	0,9915	69	6	3	60
Braunes Bier . .	1,0338	72	5	6	61
Weißes Bier . .	1,0231	71	9	6	70
Gemeiner Brandwein	0,8371	58	9	3	30
Rektifizirter Weingeist	0,8293	58	0	6	38
Schwefel- oder Vitriolsäure . . .	1,8409	128	13	6	33
Salpetersäure . .	1,2715	89	0	0	46
Meer- oder Kochsalzsäure . . .	1,1940	83	9	2	17
Weiße Essigsäure .	1,0135	70	15	0	69
Destillirter Essig .	1,0095	70	10	5	9
Baumöl . . .	0,9153	64	1	1	6
Süßes Mandelöl .	0,9170	64	3	0	23
Leinöl	0,9403	65	13	1	6
Kuhmilch . . .	1,0324	72	4	2	22
Menschlicher Urin .	1,0106	70	1	6	70
Gelbes Wachs . .	0,9648	67	8	4	44
Weißes Wachs .	0,9686	67	12	6	47

Ochsen-

Körper.	Eigenthüml. Gewicht.	Gewicht eines Kubikfußes.			
		Pf.	Unz.	Dr.	Gr.
Ochsenfette, oder Rindstalk . .	0,9232	64	9	7	63
Butter	0,9423	65	15	3	1
Eichenholz . . .	1,1700	81	14	3	14
Korkholz . . .	0,2400	16	12	6	29
Buchenholz . . .	0,8520	59	10	1	66
Erlenholz . . .	0,8000	56	0	0	0
Nußbaumholz . .	0,6710	46	15	4	12
Lindenholz . . .	0,6040	42	4	3	60
Fichtenholz männl.	0,5500	38	8	0	0
— — weibl. .	0,4980	34	13	6	6
Apfelbaumholz . .	0,7930	55	8	1	20
Birnbamholz . .	0,7150	50	0	6	29

§. 35.

Der Gebrauch dieser Tafel läßt sich aus folgenden Beyspielen ersehen.

Beyspiel 1. Ein Kirchendach von 3000 Quadratfuß soll mit Bley gedeckt werden, das $\frac{1}{12}$ Zoll, oder $\frac{1}{144}$ Fuß in der Dicke haben soll. Wie viele Pfunde Bley werden dazu erfodert?

Aus der Größe des Daches, und der Dicke des Bleyes ergiebt sich der körperliche Inhalt

des

des dazu erforderlichen Bleyes = 3000 × $\frac{1}{144}$ = 20 $\frac{5}{6}$ Kubikfuß.

Nun wiegt nach obiger Tafel ein Kubikfuß Bley 794 ℔, 10 Unz., 4 Qu., 44 Gr. oder 794,6611243 ℔.

Also wiegen 20 $\frac{5}{6}$ Kubikfuß Bley 1655544 ℔.

Beyspiel 2. Ein Stück Stabeisen wiegt 2052 ℔. Wie groß ist es?

Nach der Tafel sind 545 ℔, 2 Unz., 4 Qu., 35 Gr. = 1 Kbf. Folglich sind 2052 ℔ = 3,7823 . . . Kbf.

Beyspiel 3. Eine Statue von Alabaster wiegt 1134 ℔. Wia groß ist ihr körperlicher Inhalt? Er ist = 5,774 . . . Kbf.

§. 36.

Es braucht viel Rechnens, bis man die Unzen, Quentchen, oder Drachmen, und Grane in Dezimaltheile eines Pfundes, und diese umgekeht in jene verwandelt. Diese mühesame Arbeit zu erleichtern, hat H. Lavoisier folgende Tafel entworfen.

Ta-

Tafel,

welche dient, Unzen, Drachmen, und Grane in Dezimaltheile von Pfunden zu verwandeln.

Gran.	Dezimaltheile eines Pfundes.	Gran.	Dezimaltheile eines Pfundes.
1	0,0001085	28	0,0030381
2	0,0002170	29	0,0031467
3	0,0003255	30	0,0032552
4	0,0004340	31	0,0033637
5	0,0005425	32	0,0034722
6	0,0006510	33	0,0035807
7	0,0007595	34	0,0036892
8	0,0008680	35	0,0037977
9	0,0009765	36	0,0039062
10	0,0010850	37	0,0040147
11	0,0011935	38	0,0041232
12	0,0013020	39	0,0042317
13	0,0014105	40	0,0043402
14	0,0015190	41	0,0044487
15	0,0016276	42	0,0045572
16	0,0017361	43	0,0046658
17	0,0018446	44	0,0047743
18	0,0019531	45	0,0048828
19	0,0020616	46	0,0049913
20	0,0021701	47	0,0050998
21	0,0022786	48	0,0052083
22	0,0023871	49	0,0053168
23	0,0024956	50	0,0054253
24	0,0026041	51	0,0055338
25	0,0027126	52	0,0056423
26	0,0028211	53	0,0057508
27	0,0029296	54	0,0058593

Gran.	Dezimaltheile eines Pfundes.
55	0,0059678
56	0,0060763
57	0,0061848
58	0,0062934
59	0,0064019
60	0,0065104
61	0,0066189
62	0,0067274
63	0,0068359
64	0,0069444
65	0,0070529
66	0,0071614
67	0,0072699
68	0,0073784
69	0,0074869
70	0,0075954
71	0,0077039
72	0,0078125

Drachmen.	Dezimaltheile eines Pfundes.
1	0,0078125
2	0,0156250
3	0,0234375
4	0,0312500
5	0,0390625
6	0,0468750
7	0,0546875
8	0,0625000

Unzen.	Dezimaltheile eines Pfundes.
1	0,0625000
2	0,1250000
3	0,1875000
4	0,2500000
5	0,3125000
6	0,3750000
7	0,4375000
8	0,5000000
9	0,5625000
10	0,6250000
11	0,6875000
12	0,7500000
13	0,8125000
14	0,8750000
15	0,9375000
16	1,0000000

Beyspiel. Man soll 2 Pf. 5 Unz. 3 Dr. 63 Gr. in Dezimaltheile vom Pfunde verwandeln.

Pf.	Unz.	Dr.	Gr.		
2.	0.	0.	0.	=	2,0000000
	5.	0.	0.	=	0,3125000
		3.	0.	=	0,0234375
			63.	=	0,0068359
2.	5.	3.	63.	=	2,3427734

§. 37.

Mittels dieser Tafel lassen sich auch umgekehrt die Dezimaltheile von Pfunden in gemeine Theile verwandeln.

Beyspiel. Es sollen 0,3427734 Pfund in gemeine Theile verwandelt werden.

Man ziehe von dem gegebenen Dezimalbruch den nächst kleinen in der Tafel ab; so ist

0,3427734 = 5 Unz. + 0,0302734 Pf.

Von diesem letztern Dezimalbruch ziehe man wieder den nächst kleinern in der Tafel ab; so ist

0,3427734 = 5 Unz. + 3 Dr. + 0,0069359

Endlich suche man in der Tafel jenen Dezimalbruch auf der zunächst kleiner ist, als dieser letztere; so ist

0,3427734 = 5 Unz. 3 Dr. 63 Gr.

§. 37.

Die Gewichte, deren man sich an verschiedenen Orten zum Wiegen bedient, sind sowohl ihrer Größe, als ihren Eintheilungen nach sehr voneinander verschieden. Das französische und deutsche Pfund sind nicht einander gleich. In Deutschland ist sogar die Apotheker- oder Medizinalunze von der Marktunze verschieden.

In

In Deutschland hat das Apothekerpfund (libra ℔) 12 Unzen, eine Unze (Uncia ℥) 8 Drachmen, oder Quintl, die Drachme (drachma ʒ) 3 Skrupel, die Skrupel (Scurpulus ℈) 20 Gran (grana). Demnach ist

1 ℔	=	12 Unz.	=	96 Dr.	=	288 Skr.	=	5760 Gr.
		1 —	=	8 —	=	24 —	=	480 —
				1 —	=	3 —	=	60 —
						1 —	=	20 —

In Frankreich ist die Abtheilung des Apothekergewichts die nämliche, nur mit dem Unterschiede, daß die Skrupel nicht in 20, sondern in 24 Gran getheilt wird, und es ist

1 ℔	=	12 Unz.	=	96 Dr.	=	288 Skr.	=	6912 Gr.
		1 —	=	8 —	=	24 —	=	576 —
				1 —	=	3 —	=	72 —
						1 —	=	24 —

Das Marktgewicht hat in Frankreich folgende Abtheilung.

1 ℔	=	16 Unz.	=	128 Dr.	=	9216 Gr.
		1 —	=	8 —	=	576 —
				1 —	=	72 —

Das Marktpfund ist also in Frankreich um 4 Unz. schwerer, als das Apothekergewicht. Indessen sind aber doch die Unzen des Markts- und Apothekergewichts einander gleich.

In

In Deutschland pflegt man das Marktgewicht auf folgende Art einzutheilen.

1 Pfund hat 16 Unzen, 1 Unze 2 Loth, 1 Loth 4 Drachmen, oder Quintl, 1 Quintl 4 Pfenniggewichte.

Bey Sachen, die eine grosse Genauigkeit erfordern, wird das Pfenninggewicht noch in 256 Richtpfenninge eingetheilt. Demnach ist

℔	Unz.	Loth.	Quintl.	Pfenninggew.	Richtpfenninge
1 =	16 =	32 =	128 =	512 =	131072
	1 =	2 =	8 =	32 =	8129
		1 =	4 =	16 =	4096
			1 =	4 =	1024
				1 =	256

Wenn von dem deutschen Marktgewichte schlechtweg die Rede ist, so versteht man allemal das cöllnische Marktgewicht, so wie unter dem französischen Gewicht schlechtweg das pariser Marktgewicht verstanden wird.

§. 38.

Das pariser Pfund hält 137330 dentsche Richtpfenninge, und ist folglich um 6258 solche Theile schwerer, als das cöllnische Marktgewicht.

Demnach ist 1 par. Pf. = 1 ℔, 1 Loth, 2 Qu., 124 Richtpf. cölln. Marktgewichtes.

§. 39.

§. 39.

100 bayrische Pfunde sind = 118,84 cölln. Pf. Foglich ist 1 bayr. Pf.: 1 cölln. Pf. = 118,84: 100 = 11884: 10000, und 1 bayr. Pf. = $\frac{11884}{10000}$ cölln. Pf. = 1 ℔, 6 Loth cölln. Gewicht.

§. 40.

100 bayr. Pf. sind = 113,569 par. Pf. Mithin ist 1 bayr. Pf.: 1 par. Pf. = 113,569: 100 = 113569: 100000, und 1 bayr. Pf. = $\frac{113569}{100000}$ par. Pf. = 1,13569 par. Pf. = 1 ℔, 2 Unz. 1 Dr. 26 Gr. par. Gew.

§. 41.

Aus den vorhergehenden zweyen §§. ergiebt sich, daß 118,84 cölln. Pf. = 113,569 par. Pf. oder 118840 cölln. Pf. = 113569 par. Pf. Folglich ist 1 cölln. Pf.: 1 par. Pf. = 113569: 118840, und 1 cölln. Pf. = $\frac{113569}{118840}$ = 0,9556462 par. Pf. = 15 Unz. 2 Dr. 23 Gr. par. Gewicht.

§. 42.

Zur Bestimmung des Längenmaaßes bedient man sich der Klafter, oder Ruthen, Fuße, Zoll, und Linien.

Die Klafter hat 6 Fuß, ein Fuß 12 Zoll, ein Zoll 12 Linien.

Diese Eintheilung gilt sowohl für Frankreich, als für Deutschland. Nur gehen die Franzosen in selber noch weiter, und theilen die Linie noch in 10 Punkte, so daß bey ihnen 1 Fuß = 12 Zoll = 144 Lin. = 1440 Punkten.

Diese Eintheilung nennt man das Duodezimalmaaß zum Unterschied von dem Dezimalmaaß, nach welchem der Fuß in 10 Zoll, ein Zoll in 10 Linien abgetheilt wird.

Wenn vom Maaße schlechtweg die Rede ist; so wird allemal das Duodezimalmaaß verstanden.

Weil der pariser Fuß fast unter allen der längste ist. so wird er gleichsam zur Basis angenommen, worauf alle übrige reduzirt werden.

Wenn man nun den par. Fuß in 1440 gleiche Theile abtheilt; so sind 13913 solche Theile = 1 rheinländischen, und 12938 = 1 bayr. Fuß.

Demuach ist der rheinl. Fuß, oder 13913 theile des par. Fußes = 11,594 par. Zoll.

Werden diese par. Zoll durch 12 dividirt; so ist 1 rheinl. Zoll = 0,966 par. Zoll.

Werden 11,594 par. Zoll zum Quadrat erhoben; so ist 1 rheinl. Quadratfuß = 134,420 par. Quadratzoll.

Wenn man die 0,966 par. Zoll zum Quadrat erhebt; so ist 1 rheinl. Quadratzoll = 0,933 par. Quadratzoll.

Man

Man kubire die 11,594 par. Zoll; so ist 1 rheinl. Kubikfuß = 1558,475 par. Kubikzoll, und wenn man die 0,966 par. Zoll kubirt; so ist 1 rheinl. Kubikzoll = 0,901 par. Kubikzoll.

§. 43.

Eben so ist
1 bayr. Fuß = 10,781 par. Zoll.
1 bayr. Zoll = 0,898 par. Zoll.
1 bayr. Quadratfuß = 116,229 par. Quadratzoll.
1 bayr. Quadratzoll = 0,806 par. Quadratzoll.
1 bayr. Kubikfuß = 1253,075 par. Kubikzoll.
1 bayr. Kubikzoll = 0,724 par. Kubikzoll.

§. 44.

Nun lassen sich auch mittels obiger Tafel §. 34. folgende, und mehrere ähnliche Aufgaben auflösen.

Aufg. 1. Ein par. Kubikfuß Wasser wiegt 70 par. Pfund. Wie viel cölln. Pfunde wiegt ein rheinl. Kubikfuß Wasser?

Man suche zuvor, wie viel 1 rheinl. Kubikf. Wasser im par. Gewicht wiege, und reduzire dann das par. Gewicht auf das cöllnische.

Da nun 1 par. Kubikf. = 1728 par. Kubikz., und 1 rheinl. Kubikf. = 1558,475 par. Kubikz.; so sage man:

1728 par. Kubikz. wiegen 70 par. Pf. Wie viele par. Pfunde wiegen 1558,475 par. Kubikz. oder

1728 : 1558,475 = 70 : x, und

x = 63,132 par. Pf. d. i. ein rheinl. Kubikf. Wasser wiegt 63,132 par. Pf.

Was betragen nun diese im cöllnischen Gewichte? —

Nach §. 41. ergiebt sich folgende Proportion:

0,9556462 par. Pf. : 63,132 par. Pf. = 1 cölln. Pf. : x cölln. Pf. und es ist $x = \frac{63,132}{0,9556462} =$ 66,06 .. cölln. Pf. d. i. 1 rheinl. Kubikfuß Wasser wiegt 66,06 cölln. Pfunde.

Aufg. 2. Wie viel bayr. Pfunde wiegt ein bayr. Kubikfuß Wasser, wenn ein par. Kubikfuß 70 Pfund wiegt?

Die Auflösungsart ist die nemliche, wie bey der vorigen Aufgabe, und es sind nach §. 43. 1728 par. Kubikz. : 1253,075 par. Kubikz. = 70 par. Pf. : x par. Pf. Folglich x = 50,761 par. Pf. d. i. 1 bayr. Kubikf. Wasser wiegt 50,761 par. Pfunde.

Nun ist ferner nach §. 40.

1,13569 par. Pf. : 50,761 par. Pf. = 1 bayr. Pf. : x bayr. Pf. Folglich

$$x = \frac{50,761}{1,13569} = 44,696 \text{ bayr. Pf.}$$

Aufg. 3. Wie viel cölln. Pfunde wiegt ein rheinl. Kubikfuß Eichenholz?

Nach §. 34. wiegt ein par. Kubikfuß Eichenholz 81 Pf. 14 Unz. 3 Dr. 14 Gr. oder (nach §. 36.) 81,8999565 par. Pf. und es sind 1728 par. Kbz.: 1558,475 par. Kbz. = 81,8999565 par. Pf.: x par. Pf. Foglich x = 73,8 par. Pf. d. i. 1 rheinl. Kubikfuß Eichenholz wiegt 73,8 par. Pfunde. (§. 42.)

Ferner ist §. 41. 1 cölln. Pf. = 0,9556462 par. Pf. also 0,9556462 par. Pf.: 73,873 par. Pf. = 1 cölln. Pf.: x cölln. Pf.

Folglich $x = \frac{73,8}{0,9556462} = 77,2$ cölln. Pf. d. i. 1 rheinl. Pf. Eichenholz wiegt 77,2 cölln. Pfunde.

§. 45.

Die Richtung derjenigen Linie, in welcher ein sich selbst überlaßner Körper wirklich fällt, oder doch zu fallen strebt, wenn er unterstützt ist, heißt die **Richtung der Schwere**, die **Richtungs- oder Direktionslinie der Körper**. Der Faden eines Senkbleys stellt die Richtung der Schwere vor. Man nennt daher die Direktionslinie eine **senkrechte**, **bleyrechte Linie**.

§. 46.

Eine Linie, oder Ebene, welche so liegt, daß die Richtung der Schwere damit überall ei-

ven rechten Winkel macht, heißt **horizontal**, **wagrecht**, **wasserrecht**: widrigen Falls aber **schief**, **geneigt**.

§. 47.

Die Richtung einer Kraft überhaupt ist die Richtung derjenigen Linie, in welcher die Bewegung geschehen würde, wenn die Kraft nicht durch eine andere aufgehoben wäre.

§. 48.

Es ist einerley, ob ein Pferd kurz, oder lang an den Wagen gespannt ist, es muß bey übrigens gleichen Umständen allemal gleichviele Kraft anwenden, um den Wagen von der Stelle zu bringen.

Ein Stein ist gleichschwer, er mag unmittelbar auf der Hand liegen, oder an einem Faden von beliebiger Länge hangen.

Es ist demnach gleichviel, an welchem Punkte ihrer Richtung eine Kraft angebracht ist.

§. 49.

Eine jede Kraft läßt sich durch ein Gewicht vorstellen: denn es ist das nämliche, ob man z. B. an einer Uhr eine Feder, oder ein Gewicht anbringt. Es ist ein Ding, ob man an einem Wagen Pferde anspannt, oder sonst auf

eine andere Art Gewichte damit in Verbindung bringt, die nach der nemlichen Richtung, und eben so stark, als die Pferde, ziehen.

§. 50.

Wenn zwey Kräfte dergestalt aufeinander wirken, daß keine derselben eine Bewegung hervorbringen kann; so sind sie im Gleichgewicht.

Die Geostatik,
oder
die Wissenschaft vom Gleichgewichte fester Körper.

Vom mathematischen Hebel.

§. 51.

Eine unbeugsame, gerade, oder gebrochne Linie, mit, oder ohne Schwere, die zwey Kräfte um einen unbeweglichen Punkt nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen streben, heißt ein Hebel.

Stellt man sich die Linie selbst schwer vor; so ist es in physischer, widrigen Falles aber ein mathematischer Hebel.

Itzt

Itzt ist nur vom mathematischen Hebel die Rede.

Die eine von den zweyen Kräften pflegt man **Kraft**, und die andere **Last** zu nennen.

§. 52.

In jeden Hebel sind drey Punkte zu betrachten, nemlich die zween, wo die Kraft, und Last angebracht sind, und der dritte um den sich der Hebel zu drehen strebt, oder bey aufgehobenen Gleichgewicht wirklich dreht.

Wenn diese drey Punkte in einer geraden Linie liegen; so ist es ein **geradlinigter**, sonst aber ein **Winkelhebel**. Wenn (Fig. 1. 2.) in a und b Kraft und Last, p, q angebracht sind, und c befestigt ist; so stellt die erste Figur einen geradlinigten, und die zweyte einen Winkelhebel vor.

Der befestigte Punkt c heißt der **Ruhepunkt**, und das, was ihn unterstützt, die **Unterlage**, oder das **Hypomochlion**.

§. 53.

Ein geradlinigter Hebel heißt ein **Hebel der ersten Art**, oder ein **wagförmiger Hebel**, wenn Kraft, und Last auf entgegengesetzten Seiten der Unterlage angebracht sind (Fig. 1.). Außer dem heißt er ein **Hebel der zweyten Art** (Fig. 3.).

§. 54.

Satz. Wenn an einem geradlinigten, horizontalliegenden Hebel der ersten Art zwey gleiche Kräfte p, q, in gleichen Entfernungen vom Ruhepunkt a c, b c unter senkrechten Richtungen p a c, q b c angebracht sind; so sind sie im Gleichgewichte (Fig. 1.).

Denn hier ist auf beyden Seiten alles gleich.

Wenn also eine der Kräfte sinken sollte; so müßte zugleich auch aus der nemlichen Ursache die andere, und folglich müßten beyde zugleich miteinander sinken.

Nun ist aber dieß wegen der Unterlage in c nicht möglich.

Also kann keine von beyden sinken, sondern müssen im Gleichgewichte seyn.

Zus. Hier ist nichts, was den Hebel zu sinken hindert, als die Unterlage in c. Folglich leidet diese einen Druck $= p + q = 2p = 2q$.

Anm. Wenn nichts beygesetzt wird; so versteht man allemal, daß Kraft, und Last unter rechten Winkeln auf die Hebelsarme wirken.

§. 55.

Satz. Wenn sich Kraft, und Last an einem Hebel sowohl der ersten, als zweyten Art umgekehrt verhalten, wie ihre Entfer-

nungen vom Ruhepunkt; so sind sie im Gleichgewicht.

Es kann drey Fälle geben. Es kann nemlich der Exponent des Verhältnisses zwischen Kraft, und Last

Erstens eine ganze Zahl seyn, wenn nemlich die Last ein Vielfaches von der Kraft ist, wenn sie z. B. 2, 3, 4mal so groß, als diese, ist.

Zweytens kann er eine gebrochene Zahl seyn. Z. B. Wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie 2 : 3, oder wie 3 : 4 u. s. w.

Drittens kann er eine Irrationalzahl seyn. Z. B. wenn sich die Kraft zur Last verhält, wie $\sqrt{3} : 15$ u. s. w.

Erster Fall.

I. Es sey am Hebel a b (Fig. 4.) p = q, und a c = b c; so ist p mit q im Gleichgewicht, und die Unterlage bey c trägt p + q = 2 p = 2 q. (§. 54.)

Läßt man aber in c eine Kraft = 2 p aufwärts ziehen; so braucht man daselbst keine Unterlage, und die Kräfte p, 2 p, q bleiben miteinander im Gleichgewicht, wobey sich p : 2 p = b c : a b verhält.

II. Die Kraft q hat nichts zu thun, als daß sie den Punkt b zu steigen hindert, welches aber auch ein in b angebrachter Widerstand, etwa ein Nagel, thun würde.

Man kann also q wegnehmen, ohne daß dadurch das Gleichgewicht zwischen p, und 2 p aufgehoben wird (Fig. 5.).

Nun ist dies ein Hebel der zweyten Art, und p: 2 p = b c: a b (I.).

Also ist an diesem Hebel die Kraft mit der zweyfachen Last unter der Bedingung des Satzes im Gleichgewicht.

III. Man verlängere den Hebel so, daß b d = b c, und bringe an c, und d die Kräfte r, und s, jede = 2 p an; so bleibt bey dieser Anrichtung (Fig. 6.) alles in Ruhe, weil p mit 2 p, und r mit s das Gleichgewicht hält, und man hat zugleich p: s = b d: a b.

Weil r = 2 p; so heben diese Kräfte einander auf, und man kann sie, ohne das Gleichgewicht zwischen p und s aufzuheben, wegnehmen (Fig. 7.).

Nun ist dies ein Hebel der ersten Art, und p: s = b d: a b.

Also ist auch an diesem Hebel die Kraft mit der zweyfachen Last unter der Bedingung des Satzes im Gleichgewicht.

IV. Hier ist der Druck auf den Nagel b = p + s = 3 p.

Man lasse an b eine Kraft = 3 p aufwärts ziehen; so kann man den Nagel wegnehmen, und die Kräfte p, 3 p, s sind miteinander im Gleichgewicht (Fig. 8.) wobey zugleich p: 3 p = b d: a d.

V.

V. Die Kraft s hat nichts zu thun, als daß sie den Punkt d zu steigen hindert, welches aber auch ein in d angebrachter Widerstand, etwa ein Nagel thun würde.

Man kann also s wegnehmen, ohne daß dadurch das Gleichgewicht zwischen p, und 3 p aufgehoben wird (Fig. 9.).

Nun ist dies ein Hebel der zweyten Art, und p: 3 p = bd: ad (IV.).

Also ist an diesem Hebel die einfache Kraft mit der dreyfachen Last unter der Bedingung des Satzes im Gleichgewicht.

VI. Man verlängere den Hebel so, daß de = db = bc = ca (Fig. 10.) und bringe an b und e die Kräfte t, und w, jede = 3 p an; so bleibt bey dieser Anrichtung alles in Ruhe, weil p mit 3 p, und t mit w das Gleichgewicht hält, und es ist p: w = de: ad.

Weil t = 3 p; so heben diese Kräfte einander auf, und man kann sie, ohne das Gleichgewicht zwischen p, und w zu stöhren, wegnehmen.

Nun ist itzt ade ein Hebel der ersten Art, und p: w = de: ad (Fig. 11.).

Also ist auch an diesem Hebel die Kraft mit der dreyfachen Last unter der Bedingung des Satzes im Gleichgewicht.

Aus dem Bisherigen sieht man von selbst den fernern Gang des Beweises, und die Richtigkeit des Satzes für den ersten Fall.

Zwey-

Zweyter Fall.

Es sey am Hebel der ersten Art (Fig. 12.) p: q = 3: 4, und ebenso b c: a c = 3: 4; so ist 4 p = 3 q, 4 b c = 3 a c, und $\frac{1}{3}$ b c = $\frac{1}{4}$ a c.

Nun hänge man auf a c in 1 das Gewicht 3 q, und auf b c in 1 das Gewicht 4 p an; so ist vermög dem, was für den ersten Fall bewiesen worden, 3 q mit q, und 4 p mit p, folglich sind alle vier Gewichte miteinander im Gleichgewicht.

Nun hält aber auch 3 q mit 4 p das Gleichgewicht. (§. 54.)

Also müssen auch p und q miteinander das Gleichgewicht halten.

Eben so sey am Hebel der zweyten Art (Fig. 13.) p: q = 3: 4, und ebenfalls b c: a c = 3: 4, folglich wiederum 4 p = 3 q, 4 b c = 3 a c, und $\frac{1}{3}$ b c = $\frac{1}{4}$ a c.

In 1 lasse man die gleiche Gewichte 4 p, und 3 q, jenes aufwärts, und dieses niederwärts ziehen; so ist 4 p mit p, und 3 q mit q, und folglich sind alle 4 miteinander im Gleichgewicht.

Da sich aber 4 p, und 3 q in 1 einander aufheben; so müssen sich auch p, und q einander aufheben, d. i. miteinander im Gleichgewicht seyn.

Folglich hat der Satz auch für den zweyten Fall seine Richtigkeit.

Dritter Fall.

Ist der Exponent des Verhältnisses zwischen Kraft, und Last eine Irrationalzahl, und folglich das Verhältniß selbst irrational; so kann man dieses einem Rationalverhältniße, dessen Exponent sodenn entweders eine ganze, oder gebrochene Zahl ist, ohne Ende fort näher bringen, und ohne merklichen Fehler dieses statt jenen setzen. Es verhalte sich Kraft zur Last z. B. wie $\sqrt{3} : 15$; so ist dies Verhältniß ohngefähr $= 1 : 15$, genauer $= 17 : 150$, noch genauer $= 173 : 1500$ u. s. w.

Folglich gilt der Satz auch für den dritten Fall, und hat hiemit seine allgemeine Richtigkeit.

Zus. Es bedeuten p, und q jede Kraft, und Last, d und δ ihre Entfernungen vom Ruhepunkt; so ist allemal das Gleichgewicht da, wenn $p : q = \delta : d$.

Zus. 2. Da sich für jedes Verhältniß der Kräfte, es mag rational- oder irrational seyn, ein gleiches umgekehrtes Verhältniß ihrer Abstände vom Ruhepunkte finden läßt; so können jede zwey Kräfte miteinander ins Gleichgewicht gebracht werden.

§. 56.

Satz. Wenn sich Kraft, und Last nicht umgekehrt verhalten wie ihre Abstände vom Ruhepunkte; so sind sie nicht im Gleichgewicht.

Man setze es sey (Fig. 11.) p mit w im Gleichgewicht, aber doch nicht p : w = de : ad, folglich auch nicht $p = \frac{de.w}{ad}$; so giebt es eine andere Kraft r, die $= \frac{de.w}{ad}$, so, daß r : w = de : ad.

Diese Kraft r bringe man statt p in a an; so muß sie mit w im Gleichgewicht seyn (§. 55.).

Folglich müßte die in e angebrachte Last w bey seiner nemlichen Entfernung de mit zwey verschiedenen in dem nemlichen Abstande ad wirkenden Kräften p, und r im Gleichgewicht seyn.

Nun ist aber dies unmöglich.

Also ist es auch unmöglich das p, und q miteinander im Gleichgewicht seyen, wenn sie sich nicht umgekehrt wie ihre Abstände vom Ruhepunkt verhalten.

Der nemliche Beweis gilt auch für den Hebel der zweyten Art.

Zus. Wenn also Kraft, und Last miteinander im Gleichgewicht sind; so verhalten sie sich umgekehrt wie ihre Abstände vom Ruhepunkt, oder es ist allemal p : q = δ : d.

§. 57.

Eine Kraft vermag am Hebel um so mehr, je größer sie an sich selber ist, und je weiter sie vom Ruhepunkte entfernt ist. Daher ist ihr

Nach-

Nachdruck, Moment im zusammgesetzten geraden Verhältniße aus ihrer Größe, und Entfernung vom Ruhepunkt, oder das Moment der Kraft ist $= p. d$, und das Moment der Last ist $= q. \delta$.

Zus. 1. Kraft, und Last sind allemal im Gleichgewicht, wenn ihre Momente gleich sind, und umgekehrt: wenn $p\,d = q\,\delta$; so ist $p : q = \delta : d$ und umgekehrt.

Zus. 2. Wenn für einen Hebel drey Stücke gegeben sind; so läßt sich allemal das vierte finden: denn weil $p\,d = q\,\delta$; so ist

$$1)\ p = \frac{q\,\delta}{d}.\quad 2)\ d = \frac{q.\,\delta}{p}.\quad 3)\ q = \frac{p.\,d}{\delta}.\quad \delta = \frac{p\,d}{q}.$$

Beysp. 1. Mit einer Last von 100 ℔, deren Entfernung vom Ruhepunkt 1 Fuß ist, soll eine Kraft p in einer Entfernung von 10 Fuß das Gleichgewicht halten. Es ist $p = \frac{100.1}{10} = 10$ ℔.

Beyspiel 2. In der Entfernung von 1 Fuß vom Ruhepunkt ist eine Last von 1000 Zentner angebracht, mit der eine Kraft von 1 ℔ das Gleichgewicht halten soll. Wo muß diese angebracht, und wie lange muß der Hebel seyn.

Es ist $d = \frac{1000.1}{\frac{1}{100}} = 100000$ Fuß,

und die Länge des Hebels $= 100001$ Fuß.

Wäre

Wäre die Kraft nur um ein Kleinstes größer, so würde sie diese ungeheure Last heben können. Hierauf beruht Archimeds grosse Foderung an den syrakusaner König Hero: Schaffe mir einen Standpunkt; so will ich die Erde aus ihren Ankeln heben.

§. 58.

Satz. Wenn an einem Winkelhebel a c b Kraft, und Last p, q unter senkrechten Richtungen a p, b q auf die Hebelsarme a c, b c wirken, und miteinander im Gleichgewicht sind, so verhalten sie sich umgekehrt wie die Hebelsarme d. i. p : q = b c : a c. (Fig. 14.)

Man beschreibe unter den Radien a c, b c die Kreise a e a, b d b, und die wagrechte Linie d e gehe durch das Zentrum c derselben.

An d sey die senkrecht wirkende Kraft s = q, und ebenso in e die Kraft r = p angebracht; so ist s mit q, und r mit p im Gleichgewicht, weil hier auf beyden Seiten alles gleich, und gar kein Grund da ist, warum eine Kraft die andere überwältigen soll.

Folglich sind bey dieser Anrichtung alle vier Kräfte im Gleichgewicht.

Da nun nach der Voraussetzung auch q und p miteinander im Gleichgewicht sind; so heben diese Kräfte einander auf, und man kann beyde, ohne das Gleichgewicht zwischen r und s zu stöhren, wegnehmen.

Folg-

Folglich würden auch die ihnen gleichen Kräfte p, q, wenn sie in e und d angebracht wären, am geradlinigten Hebel im Gleichgewicht seyn.

Nun wäre aber alsdann p: q = d c: e c = b c: a c. (§. 56. Zus.)

Also ist am Winkelhebel im Stande des Gleichgewichts wirklich p: q = b c: a c.

§. 59.

Satz. Wenn die Kräfte p, q an dem geradlinigten Hebel a c b unter schiefen Richtungen angebracht sind; so verhalten sie sich beym Gleichgewicht umgekehrt, wie die vom Ruhepunkt auf die Richtungen der Kräfte gezogene Perpendikeln d. i. p: q = c e: c d. (Fig. 15.)

Man lasse der Kraft p in a eine andere r = p in der Richtung a g, und eben so der Kraft q in b eine andere s = q in der Richtung b h entgegen wirken; so wird p von r, und q von s aufgehoben, und alles bleibt in Ruhe.

Da man voraussetzt, daß p mit q; so muß auch r mit s im Gleichgewicht seyn, und wenn man p und q wegnimmt; so muß alles übrige in Ruhe bleiben.

Nun seyen c d, c e auf die Richtungen der Kräfte p, q perpendikulär gezogen, und diese Kräfte in d, und e angebracht; so wirken

sie

sie den zwey Kräften r und s eben so stark entgegen, als sie es in a, und b gethan (§. 48.), und es bleibt alles in Ruhe. Ja die Ruhe, und das Gleichgewicht zwischen p, und q am Winkelhebel d c e muß noch bleiben, wenn auch r und s weggenommen werden.

Nun ist aber am Winkelhebel im Stande des Gleichgewichts p : q = c e : c d (§. 58.)

Also müssen die Kräfte auch am geradlinigten Hebel a c b beym Gleichgewicht im nemlichen Verhältnisse stehen.

Zus. 1. Da die Kräfte p, q auf den Winkelhebel d c e eben so stark wirken, als auf den geradlinigten a c b; so müssen ihre Momente an beyden Hebeln, folglich auch ihre Entfernungen vom Ruhepunkt die nämlichen seyn.

Folglich müssen für die Entfernungen der Kräfte vom Ruhepunkt solche Linien angenommen werden, welche allemal die nemlichen sind, man mag die Kräfte an einem Punkte ihrer Richtungen annehmen, wo man will.

Nun sind die vom Ruhepunkt auf die Richtungen der Kräfte gezogene Perpendikulärlinien solche.

Also müssen diese als die Entfernungen der Kräfte vom Ruhepunkt angenommen werden.

Demnach sind p. d c, und q. e c die Momente der am geradlinigten Hebel wirkenden Kräfte p, und q.

Zus. 2.

Zus. 2. Weil beym Gleichgewicht allemal p : q = c e : c d; so ist auch allemal p. c d = q. c e. d. i. auch beym schiefen Zug der Kräfte sind im Stande des Gleichgewichts die Momente allemal einander gleich.

Zus. 3. Zöge p in der auf a c senkrechten Richtung a f; so wäre ihr Moment = p. a c.

Nun ist p. a c > p. d c.

Also verliert die Kraft, wenn sie in schiefer Richtung wirkt.

§. 60.

Satz. Wenn zwey Kräfte an einem horizontalen Hebel a c b im Gleichgewicht sind; so bleibt dieses, wenn auch der Hebel eine schiefe Lage A c B bekommt. (Fig. 16.)

Am horizontalen Hebel ist beym Gleichgewicht p : q = b c : a c.

Nun habe er die schiefe Lage A c B bekommen, und die Richtungen der Kräfte seyen verlängert, so, daß sie in d und h den Hebel a c b schneiden; so sind itzt c d, c h die Entfernungen vom Ruhepunkt. (§. 59.)

Nun ist wegen Aehnlichkeit der Dreyecke A c d, B c h, c h : c d = c B : c A = c b : c a.

Also auch p : q = c h : c d, und folglich die Kräfte im Gleichgewicht.

Zus. Ein schiefer Hebel läßt sich also allemal auf einen horizontalen reduziren, an welchem die Kräfte das nämliche leisten. Es können demnach auch am schiefen Hebel jede zwey Kräfte ins Gleichgewicht gebracht werden.

§. 61.

Satz. Wenn an einem Winkelhebel acb (Fig. 17.) die Kräfte p, q unter schiefen Richtungen ap, bq wirken; so verhalten sie sich im Stande des Gleichgewichts umgekehrt, wie die vom Ruhepunkt c auf die Richtungen gezogene Perpendikulärlinien, d. i. p : q = ce : cd.

Man kann in a die Kraft r = p nach der entgegengesetzten Richtung af, in b die Kraft s = q in der entgegengesetzten Richtung bf wirken lassen; so hält r mit p, s mit q das Gleichgewicht, und alles ist in Ruhe.

Da nach der Voraussetzung p mit q im Gleichgewicht ist; so muß es auch r mit s seyn, und man kann p und q ohne zwischen r und s das Gleichgewicht zu stöhren, wegnehmen.

Nun seyen cd, ce auf ap, bq perpendikulär gezogen, und p, q werden in den Punkten d, e ihrer vorigen Richtungen angebracht; so ist (§. 48.) wiederum p mit r, und q mit s, und auf solche Art sind alle vier Kräfte im Gleichgewicht.

Folg.

Folglich wirken p, q in d, und e angebracht auf den Hebel d c e eben so stark, als sie zuvor in a und b angebracht auf den Hebel a c b gewirkt.

Folglich müssen sie sich an diesem eben so gegeneinander verhalten haben, wie sie sich an jenem verhalten.

Nun ist aber am Hebel d c e beym Gleichgewicht p: q = c e: c d. (§. 58.)

Also müssen sie sich eben so an a c b verhalten haben.

Zus. Es sind also auch am Winkelhebel beym schiefen Zug der Kräfte p. c d, und q. c e die Momente, und diese im Stande des Gleichgewichts einander gleich.

§. 62.

Der Ruhepunkt c drückt auf die Unterlage, und wenn diese wiche; so würde jener nach der Richtung fortgehen, nach welcher er gedrückt wird. Diese Richtung heißt die **mittlere Richtung** der Kräfte p, und q.

§. 63.

Aufg. Für zwey an einem Winkelhebel a c b (Fig. 17.) nach gegebenen Richtungen a p, b q ziehende Kräfte p, und q, die mittlere Richtung im Stande des Gleichgewichts zu finden.

Man verlängere die Richtungen der Kräfte, bis sie sich in einem Punkte f durchschneiden, und stelle sich vor, die Kräfte seyen anstatt in a und b in f angebracht; so würden sie diesen eben so stark, und in der nemlichen Richtung drücken, wie sie zuvor den Punkt c gedrückt. (§. 48.)

Folglich liegt f allemal in der nemlichen Richtung, nach welcher c seinen Druck leidet.

Um also die mittlere Richtung dieses Druckes zu bekommen, darf man nur die Richtungen der Kräfte verlängern, bis sie sich in f schneiden, und von f durch c die gerade Linie f c ziehen; so ist diese die mittlere Richtung der Kräfte p und q.

§. 64.

Aufg. Wenn zwey Kräfte p, q an einem festen Punkt f (Fig. 18.) nach gegebenen Richtungen f p, f q ziehen, ihre mittlere Richtung im Stande des Gleichgewichts zu finden.

Man nehme auf der Richtung f p die Entfernung f a von beliebiger Länge. Auf f q nehme man f b, so daß f a : f b = p : q, und ergänze das Parallelogramm f a c b.

Man betrachte a c b als einen Winkelhebel, und setze p, und q seyen an a, und b angebracht; so wird c nach der nemlichen Richtung gedrückt, wie f.

Nun ist die Richtung des Druckes auf c die Linie f c. (§. 63.)

Also stellt eben diese Linie die Richtung des Druckes, den f leidet, vor.

Es ist aber ferner f c die Diagonale des Parallelogramms f a c b.

Also ist die mittlere Richtung zweyer an einem festen Punkte wirkender Kräfte einerley mit der Richtung der Diagonal des Parallelogramms, welches man erhält, wenn man von dem festen Punkt aus auf den Richtungen der Kräfte zwo Linien annimmt, die sich gegeneinander wie die Kräfte verhalten, und mit diesen Linien das Parallelogramm ergänzt.

§. 65.

Da die Kräfte p, q den Punkt f, wenn er nicht befestiget wäre, in der Linie f c fortschieben würden; so thun sie eben das, was eine einzige in der Richtung f c wirkende Kraft x thun würde. Diese Kraft x nennt man die mittlere Kraft, und sagt, sie sey aus den zweyen andern p, q, die man die äußere, oder die Seitenkräfte nennt, zusammgesetzt.

§. 66.

Aufg. Es sind zwey Seitenkräfte p, q, die sich wie f a, und f b verhalten, nebst dem Winkel a f b gegeben. Man soll die Größe der mittlern Kraft finden. (Fig. 19.)

Man

Man ergänze das Parallelogramm f a c b; so ist f c die Richtung der mittlern Kraft. (§. 64.)

Statt den Punkt f zu unterstützen, kann man sich daselbst eine in entgegengesetzter Richtung f d ziehende Kraft x angebracht vorstellen, die mit p, und q das Gleichgewicht hält.

Man verlängere b f bis e, so daß b f = e f; so kann man f a, und x als äußere Kräfte ansehen, die mit der mittlern f e das Gleichgewicht halten.

Aus dem Winkel a f d, und aus f e, als einer Diagonal ergänze man das Parallelogramm e a f d; so wird die unbekannte Kraft x durch f d bestimmt.

Nun ist aber f d = e a = f c.

Also stellt f c nicht nur die Richtung, sondern auch die Größe der mittlern aus den äußern p, und q zusammsetzten Kraft vor.

§. 67.

Aufg. Aus den gegebenen Seitenkräften p, q, und dem von ihren Richtungen gemachten Winkel p f q (Fig, 19.) die Größe der mittlern Kraft durch Rechnung zu finden.

Es sey p f q = 55° 48′, p = 9 Pf. q = 11 Pf. f a : f b = 9 : 11. f c sey die Diagonal des Parallelogramms f a c b, das sich aus diesen Stücken ergänzen läßt.

Im

Im Dreyeck f c b ist der Winkel f b c = 180° − (b f c + b c f) = 180° − (b f c + c f a) = 180° − a f b = 180° − 55° 48′ = 124° 12′. Folglich sind in diesem Dreyecke die zwo Seiten f b, b c sammt dem dazwischen befindlichen Winkel f b c bekannt.

Um aus diesen Stücken f c zu finden, muß, wie aus der Trigonometrie bekannt, zuvor einer der zween unbekannten Winkeln bey f, und c gesucht werden.

Man bekommt aber die größere von zweyen unbekannten Größen, wenn man zur halben Summe derselben ihre halbe Differenz addirt.

Nun ist b c f + b f c = 180° − f b c = 180° − 124° 12′ = 55° 48′

Also $\frac{1}{2}$ (b c f + b f c) = $\frac{1}{2}$. 55° 48′ = 27° 54′.

Ferner ist aus der Trigonometrie bekannt, daß b f + b c : b f − b c = tang. $\frac{1}{2}$ (b c f + b f c): tang. $\frac{1}{2}$ (b c f − b f c) d. i. 11 + 9 : 11 − 9 = tang. 27° 54′ : tang. $\frac{1}{2}$ (b c f − b f c) 20 : 2 = 5294727 : tang. $\frac{1}{2}$ (b c f − b f c) und tang. $\frac{1}{2}$ (b c f − b f c) = 529472. Mithin $\frac{1}{2}$ (b c f − b f c) = 3° 2′ nicht ganz genau.

Demnach ist der größere von den zweyen gesuchten Winkeln, nemlich b c f = 27° 54′ + 3° 2′ = 30° 56′, und der kleinere b f c = 27° 54′ − 3° 2′ = 24° 52′, und man kann folgende Proportion ansetzen:

f c:

f c : b c = sin. f b c : sin. b f c.

sin. f b c = sin. a f b, weil die Winkel f b c, und a f b miteinander 180° ausmachen, und folglich Nebenwinkel sind.

Mithin ist

f c : b c = sin. a f b : sin. b f c

$$fc = \frac{bc \times \sin.\ afb}{\sin.\ bfc} = \frac{9 \times \sin.\ 55°48'}{\sin.\ 24°52'}$$

Log. f c = Log. 9 + Log. sin. 55°48' − Log. sin. 24°52'

Log. fc = 0,9542425 + 9,9175478 − 9,6237743

Log. f c = 1,2480160.

fc = 17,70. Also beträgt die mittlere 17,7 Pf.

§. 68.

Aufg. Es ist die mittlere Kraft f c, und die Winkel p f c, q f c, welche die Seitenkräfte mit selber machen, gegeben, man soll die Seitenkräfte finden.

Es sey f a c b das Parallelogramm, das sich aus den gegebenen Stücken ergänzen läßt; so stellen f a, f b die Seitenkräfte p, q vor, und im Dreyecke f a c ist

f a : f c = sin. a c f : sin. f a c. Es ist aber sin. a c f = sin. b f c. Also

f a : f c = sin. b f c : sin. f a c

sin. f a c = sin. a f b.

Folg-

Folglich

$fa : fc = \sin.\, bfc : \sin.\, afb$. Folglich

$$fa = \frac{fc \times \sin.\, bfc}{\sin.\, afb}$$

Auf die nemliche Art findet man

$$fb = \frac{fc \times \sin.\, afc}{\sin.\, afb}$$

Beyspiel. Es seye $fc = 17{,}70$ $bfc = 24^\circ 52'$, $afc = 30^\circ 56'$; so ist $afb = 55^\circ 48'$

Folglich

$$fa = \frac{17{,}70 \times \sin.\, 24^\circ 52'}{\sin.\, 55^\circ 48'}.$$ Logarithmisch.

$\text{Log.}\, fa = \text{Log.}\, 17{,}70 + \text{Log.}\, \sin.\, 24^\circ 52' - \text{Log.}\, \sin.\, 55^\circ 48'$

$\text{Log.}\, fa = 1{,}2479733 + 9{,}6237743 - 9{,}9175478$

$\text{Log.}\, fa = 0{,}9541998$, und

fa oder $p = 8{,}999 \ldots$ W.

Eben so ergiebt sich fb, oder q allernächstens $= 11$ W.

Zus. 1. $fa : fb = \frac{fc \times \sin.\, bfc}{\sin.\, afb} : \frac{fc \times \sin.\, afc}{\sin.\, afb} = \sin.\, bfc : \sin.\, afc$ d. i.

die zwey Seitenkräfte verhalten sich umgekehrt wie die Sinus der Winkel, die ihre Richtungen mit der mittlern Kraft machen.

Zus.

Zus. 2. fc : fb = sin. fbc : sin. fcb = sin. afb : sin. afc d. i. die mittlere Kraft verhält sich zu einer der äußern, wie sich der Sinus des Winkels, den die Seitenkräfte miteinander machen, verhält zum Sinus des Winkels, den die andere Seitenkraft mit der mittlern macht.

§. 69.

Da sich jede Kraft durch eine Linie darstellen, und jede Linie sich als die Diagonal eines Parallelogramms ansehen läßt; so läßt sich jede einfache Kraft als eine zusammengesetzte betrachten, und in ihre Seitenkräfte auflösen, und weil auf jeder Diagonal unendlich viele Parallelogramme möglich sind, so kann jede Kraft auf unendlich viele Art in zwey andere Kräfte aufgelöst werden.

§. 70.

Die Diagonal ist allemal kleiner, als zwey aneinanderliegende Seiten zusammen. Es muß also bey jeder Zusammensetzung der Kräfte eine von der andern etwas aufheben, und es läßt sich mittelst der Auflösung sowohl das, was aufgehoben wird, als was übrig bleibt, durch Linien darstellen.

Man betrachte fa, und fb (Fig. 20.) als zusammengesetzte Kräfte, und ziehe ad, und be auf fc perpendikulär; so ist ad = be.

Man

Man ergänze die Parallelogrammen $gadf$, $febh$; so ist die Kraft fa in die Kräfte fg, fd oder ga, und fb in fh, fe, oder hb aufgelöst.

Da fg, und fh einander entgegengesetzt, wie man sieht, und gleich sind, weil $fg = ad = be = fh$; so stellen diese Linien das vor, was von den zwey Kräften p, q bey der Zusammensetzung aufgehoben worden ist. (§.26.)

Folglich sind $ga + hb = fd + fe = fd + dc$ $(\triangle feb \cong \triangle adc) = fc$ das, was von denselben noch übrig geblieben ist.

§. 71.

Je kleiner afb, desto größer ist fc.

Ist aber $afb = 0$; so sind $fc = fa + fb$, und es geht von den Kräften nichts verlohren.

Ist hingegen $afb = 180°$; so wird $fc = 0$; d. i. die Kräfte heben sich, in sofern sie gleich sind, einander auf.

§. 72.

Wie sich für mehrere Seitenkräfte die mittlere Kraft finden läßt, ist aus dem Bisherigen leicht einzusehen. Man darf nur für jedes Paar die mittlere Kraft suchen; so erhält man nach, und nach die mittlere Kraft für alle.

§. 73.

In dem Schiffe c a d b (Fig. 21.) bedeute a b den Kiel des Schiffes, c d den Durchschnitt eines ausgespannten Segels, in welches der Wind in der Richtung, und mit einer Kraft = f e blaset.

Wenn man f g auf c d senkrecht ziehet; so zerlegt sich f e in die zwey Kräfte f g, und g e, von denen die leztere, mit dem Segel parallel, auf dieses gar nicht, die andere aber, als auf das Segel perpendikulär, auf dasselbe ganz wirket.

Es sey e m ebenfalls perpendikulär auf c d, und = f g; so kann auch e m die Kraft des Windes auf das Segel vorstellen.

Weil aber e m auf a b schief ist; so läßt sich m n auf a b perpendikulär ziehen, und dadurch die Kraft e m in zwey andere n m, und e n auflösen, von denen jene die Kraft, mit welcher der Wind das Schiff gegen die grosse Seitenfläche c b drückt, diese aber die Kraft, mit welcher er dasselbe in der Richtung a b forttreibt, bedeutet.

Wäre nun der Widerstand des Wassers gegen die grosse Seitenfläche so groß als n m; so würde diese Kraft aufgehoben, und das Schiff von der andern Kraft en in der Richtung a b fortgetrieben. Allein weil das Wasser der grossen Seitenfläche ein wenig ausweicht; so bewegt sich das Schiff nicht ganz in der Linie a b; sondern nimmt ohngefähr eine mittlere Richtung e o an.

§. 74.

In der nemlichen Figur bedeute a p die schiefe Stellung des Steuerruders, das sich um a drehen läst.

Wenn sich das Schiff in der Richtung a b bewegt; so stoßt die schiefe Fläche des Steuerruders immer auf das Wasser, und es ist gerade soviel; als wenn dieses in entgegengesetzter Richtung gegen dasselbe einen Stoß ausübte. Dieser Stoß des Wassers wirkt aber auf das Ruder nur, in sofern er darauf senkrecht ist, und dieser auf die Fläche des Ruders senkrechte Stoß sey = r t.

Da sich r t wieder in q t, und q r auflösen läßt, wovon q t mit den Kiel a b parallel, q r aber darauf senkrecht ist; so hält jener Theil den Fortgang des Schiffes nach der Richtung a b etwas auf; dieser aber treibt den hintern Theil des Schiffes seitwärts, bewirkt dadurch eine Drehung des Schiffes um e, und macht, daß das Vordertheil nach der andern Seite geht, und das ganze Fahrzeug dadurch gelenkt wird.

§. 75.

Wenn der Schiffer über einen Fluß setzt, wird das Schiff immer von zweyen Seitenkräften nach der Richtung der mittlern Kraft getrieben.

Wenn

Wenn der Fisch durch sehr schnelle Bewegung des Schwanzes das Wasser hinter sich schief auf beyden Seiten wegstoßt, und von diesem wiederum nach beyden entgegengesetzten Seiten vorwärts getrieben wird; so bewegt er sich in der Richtung der mittlern Kraft.

Der Vogel in der Luft stoßt mit dem rechten Flügel die Luft schief links, und mit dem linken schief rechts hinter, und unter sich, wird dadurch zugleich schief rechts, und links, vor- und aufwärts getrieben, und bekommt dadurch eine Richtung mitten durch.

Viele Menschen sind schon, indem sie aus einem schnell dahin fahrenden Wagen gesprungen, durch einen schweren Fall, oder einen Beinbruch zu Schaden gekommen. Die Ursache ist diese, weil im Augenblicke, wo einer den Sprung waget, zugleich auch die Kraft des Wagens auf ihn wirket, und er von zweyen Kräften, deren eine mit dem Wagen vorwärts, die andere durch die Kraft des Sprungs seitwärts geht, eine Diagonale zu beschreiben gezwungen, und daher von der durch den Sprung bezielten Stelle weggetrieben, und auf eine andere etwa unebene, oder einen Stein hingeworfen wird.

Vom Schwerpunkt.

§. 76.

Die Unterlage in c (Fig. 1.) leidet einen Druck = p + q, und zwar in der nemlichen Richtung, in welcher die Gewichte wirken. Wären diese unmittelbar in c angehangen; so würde die Unterlage den nämlichen Druck, in der nemlichen Richtung leiden.

Es ist also in Ansehung der Größe, und Richtung des Druckes auf die Unterlage ganz einerley, ob die Gewichte in a und b, oder unmittelbar in c angebracht sind.

Folglich ist der Ruhepunkt c ein solcher Punkt, in welchem die Gewichte zusamm in Eins gebracht werden können, ohne daß dadurch an der Größe, oder Richtung ihres Druckes auf die Unterlage etwas geändert wird. d. h. c ist der Schwerpunkt derselben.

§. 77.

Zwey Gewichte sind alsdann am Hebel im Gleichgewicht, und können nicht sinken, wenn ihr Ruhepunkt unterstützt ist.

Nun ist dieser zugleich ihr Schwerpunkt.

Also sind zwey Gewichte am Hebel nur dann in Ruhe, wenn ihr Schwerpunkt unterstützt ist.

Folg-

Folglich ist der Schwerpunkt zweyer Gewichte derjenige Punkt, dessen Unterstützung macht, daß sie ruhen, und nicht sinken können.

§. 78.

Wenn die Unterstützung des Schwerpunkts macht, daß die Gewichte nicht sinken können; so ist es gerade soviel, als wenn in diesem allein alle, und in a und b gar keine Schwere wäre.

Folglich kann man sich die ganze Schwere der Gewichte in ihrem Schwerpunkt vereinigt vorstellen.

§. 79.

Auf einer Seite des Schwerpunkts liegt das Moment p. ac, auf der andern q. bc.

Es ist aber p. ac = q. bc. (§. 57.)

Also ist der Schwerpunkt zweyer Gewichte derjenige Punkt, auf dessen entgegengesetzten Seiten gleiche Momente liegen.

§. 80.

Da nach §. 55. Zus. 2. §. 60. Zus. jede zwey Kräfte miteinander ins Gleichgewicht gebracht werden können; so giebt es für jede zwey in einer geraden Linie angebrachte Gewichte einen Ruhe: folglich auch einen Schwerpunkt.

§. 81.

Aufg. Es sind zwey Gewichte p, q, nebst ihrer Entfernung a b voneinander gegeben. Man soll ihren Schwerpunkt c finden.

Es sind zween Fälle möglich. Die Gewichte ziehen entweder nach einerley, oder nach entgegengesetzten Richtungen. (Fig. 22. 23.)

Im ersten Falle muß der Schwerpunkt auf einen zwischen ihnen liegenden Punkt, etwa auf c fallen.

Es mag c liegen, wo es will; so ist allemal $p.\,ac = q.\,bc$. (§. 79.) Nun ist

$$bc = ab - ac.$$ Also

$$p.\,ac = q.\,ab - q.\,ac$$

$$p.\,ac + q.\,ac = q.\,ab$$

$$(p + q).\,ac = q.\,ab$$

$$ac = \frac{q.\,ab}{p+q}.$$

Folglich $$bc = \frac{p.\,ab}{q+p}$$

Im zweyten Falle muß der Schwerpunkt auf einen außer a b befindlichen Punkt, und zwar, wenn $q > p$, über b hinausfallen, und es ist wiederum

$p. ac = q. bc$

$bc = ac - ab$. Also

$p. ac = q. ac - q. ab.$

$q. ab = q. ac - p. ac$

$q. ab = (q - p). ac$

$$\frac{q. ab}{q - p} = ac.$$

Folglich $bc = \frac{p. ab}{q - p}$

Beyspiel. Es sey $p = 2$ ℔, $q = 4$ ℔, $ab = 9$ Zoll; so ist
im ersten Falle $ac = 6$ Z., $bc = 3$ Z.
im zweyten Falle $ac = 18$ Z., $bc = 9$ Z.

§. 82.

Es sind in der 24, und 25ten Fig. zwey Gewichte p, und q in a, und b angehangen, welche die Linie ab niederziehen.

In einer beliebigen, und bekannten Entfernung von a, und b, etwa in h sey die Linie unterstützt, so daß sie sich anstatt zu sinken, um h herumdrehen muß.

Aufg. Man sollte die Entfernung des Schwerpunkts c von h, oder ch finden.

Erster Fall.

Es liege h zwischen a, und b (Fig. 24.); so ist $ac = \frac{q. ab}{p + q}$ (§. 81.)

$ac = ah + ch$. Also

ah

$$ah + ch = \frac{q.\,ab}{q+p}$$

$$ch = \frac{q.\,ab}{q+p} - ah$$

$$ch = \frac{q.\,ab - q.\,ah - p.\,ah}{q+p}$$

$$ch = \frac{q\,(ab - ah) - p.\,ah}{q+p}$$

$$ch = \frac{q.\,bh - p.\,ah}{q+p}$$

Zweyter Fall.

Liegt h ausser a, und b (Fig. 25.); so ist wiederum

$$ac = \frac{q.\,ab}{q+p}.$$

$ac = ah - ch.$ Also

$$ah - ch = \frac{q.\,ab}{q+p}$$

$$ch = ah - \frac{q.\,ab}{q+p}$$

$$ch = \frac{q.\,ah + p.\,ah - q.\,ab}{q+p}$$

$$ch = \frac{q\,(ah - ab) \mp p.\,ah}{q+p}$$

$$ch = \frac{q.\,bh + p.\,ah}{q+p}$$

§. 83.

Aufg. Für mehrere an einer geraden Linie angebrachte Gewichte den Schwerpunkt zu finden.

An bf (Fig. 26.) seyen an b, c, d, e, f die Gewichte p, q, r, s, v angehangen; so giebt es erstens für die zwey Gewichte p, q einen Schwerpunkt (§. 80. 81.), und wenn a der nach Belieben angenommene Punkt ist; so ist

$$a h = \frac{p.\,a b + q.\,a c}{p + q} \quad (\text{§. 82. zweyt. Fall.})$$

und $a h\,(p + q) = p.\,a b + q.\,a c \quad .\text{I.}$

Nimmt man zu den zwey Gewichten p, q das Gewicht r; so ist es eben so viel, als wenn in h das Gewicht (p + q), und r in d hienge, für welche es einen Schwerpunkt i geben muß, dessen Abstand von a, oder

$$a i = \frac{a h\,(p + q) + a d.\,r}{p + q + r} \quad \text{oder (I)}$$

$$a i = \frac{a b.\,p + a c.\,q + a d.\,r}{p + q + r}, \text{ und}$$

$$a i\,(p + q + r) = a b.\,p + a c.\,q + a d.\,r \quad \text{II.}$$

Nun kommt das vierte Gewicht s in e hinzu, und es ist soviel, als wenn nur das Gewicht (p + q + r) in i, und s in e da wäre.

Weil

Weil aber diese Gewichte auf entgegengesetzten Seiten von a liegen; so tritt der erste Fall des vorigen §. ein, und es ist die Entfernung des Schwerpunkts k von a, oder

$$ak = \frac{ai(p+q+r) - ae.s}{p+q+r+s}, \text{ oder (II)}$$

$$ak = \frac{ab.p + ac.q + ad.r - ae.s}{p+q+r+s}, \text{ und}$$

$$ak(p+q+r+s) = ab.p + ac.q + ad.r - ae.s$$

Kommt endlich noch das Gewicht v in f hinzu; so hat man das Gewicht (p+q+r+s) in k, und v in f, und da sie wieder auf entgegengesetzten Seiten von a liegen; so ist

$$ag = \frac{ak(p+q+r+s) - af.v}{p+q+r+s+v}, \text{ oder}$$

$$ag = \frac{ab.p + ac.q + ad.r - ae.s - af.v}{p+q+r+s+v}, \text{ oder}$$

$$ag = \frac{(ab.p + ac.q + ad.r) - (ae.s + af.v)}{p+q+r+s+v}$$

Wären noch mehrere Gewichte angehangen; so könnte man auf die nemliche Art fortfahren, für dieselbe den Schwerpunkt zu finden, und man sieht hieraus, daß es für alle mögliche, an einer geraden Linie hangende Gewichte einen Schwerpunkt gebe.

Beyspiel. Es sey $p = 2$ ℔, $q = 4$ ℔, $r = 12$ ℔, $s = 18$ ℔, $v = 108$ ℔, und a so angenommen, daß $ab = 7$ Zoll, $ac = 4$ Z., $ad = 2$ Z., $ae = 1$ Z., $af = 3$ Z., sey; so ist

$$ag = \frac{(7.2 + 4.4 + 2.12) - (1.18 + 3.108)}{2 + 4 + 12 + 18 + 108} = -2 \text{ Zoll},$$

wenn man nemlich die auf der Seite ab liegende Momente als positiv annimmt.

Zus. Aus der Formel ergiebt sich $(ab.p + ac.q + ad.r) - (ae.s + af.v = ag(p + q + r + s + v)$.

Gesetzt nun a rücke gegen g, so daß $ag = 0$, so wird $ab.p + ac.q + ad.r = ae.s + af.v$ d. i. die Momente sind auf beyden Seiten gleich, und alles ist in Ruhe.

Wenn also mehrere an einer Linie hangende Gewichte in Ruhe, oder Gleichgewicht sind; so sind die Summen der Momente auf den beyden Seiten des Schwerpunkts einander gleich.

§. 84.

Wenn drey Gewichte p, q, r sich nicht in einer Linie, sondern an den Spitzen eines Dreyecks befinden (Fig. 27.), aber durch gerade, unbeugsame Linien pq, qr, rp, die ihre Lage gegeneinander nicht ändern können, verbunden sind; so giebt es erstens einen Schwerpunkt für p und r, etwa in c, und es ist soviel, als wenn in der geraden Linie q c die Gewichte

wichte q und (p + r) da wären, für welche es wiederum einen Schwerpunkt etwa in d giebt. Also giebt es für alle drey einen Schwerpunkt.

§. 85.

Eben so läßt sich für vier, fünf, u. s. w. in einer Ebene sich befindende Gewichte der gemeinschaftliche Schwerpunkt finden.

Von einer durchaus schweren Ebene kann man annehmen, daß sie überall schwere Punkte habe, für die sich der Schwerpunkt finden läßt, und so giebt es für eine ganze Ebene einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt.

§. 86.

Hätte man vier schwere Punkte, die nicht in einer Ebene liegen; die aber durch gerade unbeugsame Linien, die ihre Lage gegeneinander nicht ändern können, miteinander verbunden wären; so würde es einen Schwerpunkt für drey in einer Ebene liegende Punkte (§. 84, 85.) und dann einen für diese, und dem ausser der Ebene liegenden vierten Punkt geben.

Eben so giebt es für mehrere nicht in einer Ebene liegende schwere Punkte einen Schwerpunkt.

§. 87.

In einem Körper giebt es überall schwere Theilchen, als kleine Gewichte, die durch die

Festig-

Festigkeit des Körpers so verbunden sind, daß sie ihre Lage gegeneinander nicht ändern können.

Nun giebt es für alle diese Punkt (§. 86.), folglich auch für den Körper selbst einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt, d. i. einen solchen Punkt, daß, wenn die ganze Schwere des Körpers in demselben vereinigt wäre, der Körper auf das, das ihn unterstützt, eben so stark, und nach der nämlichen Richtung drücken würde, wie zuvor. (§. 76.)

Zus. 1. Man kann sich also die ganze Schwere eines Körpers in dem Schwerpunkt vereinigt vorstellen, und alle übrige Punkte als nicht schwer betrachten.

Zus. 2. Wenn also der Schwerpunkt eines Körpers unterstützt ist, so ist der Körper selbst gehörig unterstützt, und muß ruhen. Folglich ist der Schwerpunkt eines Körpers ein solcher Punkt, dessen Unterstützung macht, daß der Korper ruhen muß.

Zus. 3. Ist der Schwerpunkt nicht unterstützt, so ist eben darum auch der Körper selbst nicht unterstützt; und gleichwie sodann jener nicht ruhen kann; so ruht auch dieser ohne Unterstützung des Schwerpunkts nicht.

§. 88.

Der Schwerpunkt ist unterstützt, wenn er weder in der Richtung der Schwere,

(Direktionslinie) noch in einer andern Richtung sinken kann.

Das allgemeine Gesetz für den festen Stand eines Körpers ist demnach: er muß sich in einer solchen Lage befinden, daß sein Schwerpunkt weder in der Richtung der Schwere, noch in einer andern Richtung sinken kann.

Dieß zu bewerkstelligen wird der Körper entweder aufgehangen, oder auf eine Unterlage gelegt.

Im ersten Falle ist er entweder im Schwerpunkt selbst, oder in einem andern Punkte befestiget.

Ist das erste, so bleibt er in jeder Lage, die man ihm giebt, unbewegt stehen. So werden die beweglichen Quadranten, die Fernröhre in der Mittagsfläche, die künstlichen Erd- und Himmelskugeln u. d. gl. aufgehangen, damit sie in jeder Stellung ruhig bleiben.

Ist das zweyte; so liegt der Befestigungspunkt in der durch den Schwerpunkt gehenden Vertikallinie, oder nicht.

Findet das erste statt; so muß der Körper ruhen, weil er in dieser Lage weder in der Direktionslinie selbst, noch in einer andern Richtung sinken kann. Indessen aber würde der feste Stand in dem Falle, daß sich der Befestigungspunkt unter dem Schwerpunkt befindet, gar nicht lange statt haben, weil dieser durch die mindeste Bewegung aus der Direktionslinie hinaus käme.

Liegt

Liegt der Befestigungspunkt nicht in der Direktionslinie: so kann der Körper, wenn er um den Befestigungspunkt einen Bogen beschreibt wirklich sinken, und da ihn in dieser Bewegung nichts hindert; so muß er selbe wirklich annehmen, und so lange fort Schwingungen machen, bis der Schwerpunkt unter dem Befestigungspunkt senkrecht stehen bleibt.

Hieraus erhellet, daß der Schwerpunkt unter allen möglichen Stellen jederzeit die niedrigste einnimmt, die er, ohne zu steigen, erhalten kann.

Im zweyten Falle, wo der Körper auf eine Unterlage gelegt wird, muß die Direktionslinie innerhalb der unterstützten Grundfläche befindlich seyn, und senkrecht auf dieselbe stehen, weil ausserdem für den Körper, ohne vorher zu steigen, eine Bewegung niederwärts möglich ist, die er folglich durch seine Schwere annehmen muß. Z. B. bey einem Parallelepipedum, das zwar auf eine vollkommen ebene Tafel gestellt wird, dabey aber doch so schief ist, daß die Direktionslinie über die Grundfläche hinausfällt, kann der Schwerpunkt nach jener Seite zu, wo die Direktionslinie von der Grundfläche abweicht, einen Bogen beschreiben, dessen jeder Punkt niedriger, als der Schwerpunkt liegt, das Parallelepipedum muß also umfallen. Steht die Direktionslinie auf die unterstützte Grundfläche nicht senkrecht, z. B. wenn der Körper auf einer geneigten Ebene liegt; so kann er zwar, so lange die Direktionslinie innerhalb der Grundfläche fällt, nicht

um-

umfallen, muß aber doch über die geneigte Ebene, wenn ihn das Reiben nicht hindert, herabgleiten, weil sein Schwerpunkt in jeder Stelle niedriger liegt, als in der vorigen.

Zus. 1. Je größer demnach die unterstützte Grundfläche ist, desto sicherer ist der Körper vor dem Umfallen, und umgekehrt.

Es ist zwar nicht unmöglich, daß eine Kugel auf einer Nadelspitze ruhe, solange nemlich der Schwerpunkt derselben gerade über der Spitze ist. Aber der geringste Stoß, die schwächste Bewegung der Luft bringt die Direktionslinie über die Basis hinaus, und macht, daß die Kugel fällt.

Es ist aber auch nicht nöthig, daß die Grundfläche in allen ihren Punkten unterstützt sey. Es ist genug, wenn sie es in dreyen ist, die nicht in einer geraden Linie liegen. So steht ein Tisch auf dreyen Füßen schon fest, und fester, als auf vieren, weil drey ausserhalb einer geraden Linie befindliche Punkte allemal in einerley Ebene liegen, und sohin jede drey Punkte des Bodens, worauf der Tisch gestellt wird, zur nemlichen Ebene gehören. Bey vier Punkten fällt aber der vierte nicht allemal in einerley Ebene mit den übrigen dreyen, und obgleich die Füsse des Tisches gleich lang sind; so kann daher doch einer zu kurz, oder zu lang seyn, und ein Wackeln des Tisches verursachen.

Zus. 2. Da ein Körper durch Unterstützung seines Schwerpunktes ruht; so muß dieser ein solcher Punkt seyn, auf dessen entgegengesetzten Seiten sich gleich schwere Theile befinden. Nun befinden sich auch auf den entgegengesetzten Seiten des Mittelpunkts der Größe regulärer, und durchaus gleichförmig dichter Körper z. B. einer metallenen Kugel, gleich schwere Theile. Also ist der Mittelpunkt der Größe solcher Körper zugleich der Mittelpunkt der Schwere, d. i. ihr Schwerpunkt.

Daher ruht eine Kugel auf einer geneigten Ebene nicht, und wenn demnach bey Versuchen eine Kugel auf einer geneigten Ebene stehen bleibt oder gar über dieselbe hinauf lauft; so kommt es daher, daß durch irgendwo angebrachtes Bley der Schwerpunkt aus dem Mittelpunkt gegen die Oberfläche hinausgebracht worden ist.

Bey fleißig gearbeiteten Rädern müssen diese zween Punkte allemal genau zusammen fallen, wenn das Räderwerk eine regelmäßige Bewegung haben soll.

Zus. 3. Je tiefer der Schwerpunkt liegt, desto fester steht ein Körper; desto leichter hingegen kann er bey entgegengesetzter Lage des Schwerpunkts umgeworfen werden. Wenn das senkrecht stehende Parallelepipedum d a b g (Fig. 28.) seinen Schwerpunkt in m hat; so kann man sich vorstellen, daß in m ein in der Direktionslinie ziehendes Gewicht q, welches so

schwer

schwer, als der ganze Körper, angebracht sey, und in der horizontalen, mit ab parallelen Richtung mp eine Kraft p, die mit q das Gleichgewicht hält, ziehe, woraus eine mittlere in der Richtung mb wirkende Kraft entspringt, und es ist (§. 68. Zus. 1.)

$$p : q = \sin. bmq : \sin. bmp$$

Hat das Parallelpipedum seinen Schwerpunkt in n, und ist π eine Kraft, die mit mp parallel zieht, und mit q das Gleichgewicht hält; so ist

$q : \pi = \sin. bn\pi : bnq.$ Folglich

$p.q : \pi.q = \sin. bmq. \sin. bn\pi : \sin. bmp. \sin. bnq$

$p : \pi = \sin. bmq. \sin. bn\pi : \sin. bmp. \sin. bnq$

Man nehme bm, und bn als Radien; so ist $\sin. bmq = bq$, $\sin. bmp = be$, $\sin. bnq = bq$, $\sin. bn\pi = bi$. Mithin $p : \pi = bq. bi : be. bq = bi : be = nq : mq$, und da $mq < nq$; so ist auch $\pi < p$. Je höher demnach der Schwerpunkt liegt, desto leichter kann ein Körper umgeworfen werden.

Ein niedriger Körper steht daher auf der nämlichen Grundfläche fester, als ein hoher.

Demohngeachtet ist aber dennoch ein hoher Körper leichter zu balanciren, als ein niedriger, weil bey jenem der Schwerpunkt einen größern Raum beschreiben muß, indem er fallt, und

daher

daher längere Zeit braucht, als bey diesen. Es kann daher der Balancirer bey einen hohen Körper die Grundfläche leichter wiederum unter den Schwerpunkt hineinbringen, als bey einen niedrigen.

§. 89.

Jeder Körper hat zwar einen (§. 87.), aber auch nur einen einzigen Schwerpunkt. Denn man kann sich allemal den Körper in zween Theile getheilt, und für jeden dieser zween Theile einen eigenen Schwerpunkt vorstellen, und auf solche Art die ganze Schwere eines Körpers m n (Fig. 29.) auf zween schwere Punkte a, b reduziren, deren Ruhepunkt c zugleich der Schwerpunkt des ganzen Körpers ist. Nun giebt es für zween schwere Punkte nur einen einzigen Ruhepunkt. Also giebt es auch für einen Körper nur einen einzigen Schwerpunkt.

Und gesetzt, ein Körper hätte zween Schwerpunkte; so könnte es geschehen, daß einer derselben unterstützt wäre, und der andere nicht. Folglich müßte sodann der Körper wegen diesen fallen, wegen jenen aber zugleich nicht fallen. Da aber dieß nicht möglich ist; so ist es auch nicht möglich, daß ein Körper zween Schwerpunkte habe.

§. 90.

Der Schwerpunkt liegt allemal gegen diejenige Seite hin, wo der Körper die meiste Materie hat. Er behält aber nicht immer die nemliche Stelle, sondern ändert dieselbe, wenn der Körper auf einer Seite neue Materie bekommt, oder etwas von der vorigen verliert, oder die nemliche zwar beybehält, doch aber anders im Raume vertheilt, oder wenn die Theile desselben gegeneinander eine andere Lage bekommen. Wenn z. B. m n (Fig. 29.) ein Klumpen Eisen wäre, und der rechter Hand liegende Theil in eine lange Stange ausgeschmiedet würde, so würde der Schwerpunkt b dieses Theiles, und mit diesem auch der Schwerpunkt des ganzen Körpers nach der nemlichen Seite herausrücken. Es ist mit dem Schwerpunkt eines Körpers eben so, wie mit dem Schwerpunkt eines Hebels beschaffen, der seine Stelle ändert, wenn eine Kraft größer, oder kleiner, oder von der vorigen Stelle verrückt wird.

Auch liegt der Schwerpunkt nicht allemal in einer soliden Stelle. Ein Trinkglas g (Fig. 80.) hat denselben nicht in den soliden Theilen des Glases, sondern er fällt innerhalb des hohlen Raumes z. B. in c. Eben so ist es mit einem nicht beladenen Schiffe. Bey den Thürmen fällt der Schwerpunkt ziemlich tief auf eine innerhalb dem Gemäuer liegende Stelle herab, und die Direktionslinie kann in die Basis hin-

ein-

einfallen, obgleich die von der Spitze herabgehende senkrechte Linie weit über dieselbe hinausfällt. Hierauf beruht der feste Stand jener überhängender Thürme in Pisa, und Bologna, die nach einigen mit Fleiß so gebauet seyn, nach andern aber sich so gesenkt haben sollen.

Sehr merkwürdig ist die Stelle, welche die Natur dem Schwerpunkt im menschlichen Körper angewiesen hat. Er befindet sich in einem bestimmten Punkte im Unterleibe, so daß seine Direktionslinie, wenn wir aufrecht stehen, und die Arme gleichförmig liegen, genau mitten in die zwischen, und unter den Füssen befindliche Fläche, die unsre Grundfläche ist, hineinfällt. Wenn wir daher im Gehen einen Fuß aufheben; so entgeht dem Schwerpunkt die Unterstützung, und wir fallen, wenn wir nicht sogleich den vorwärts gehobenen Fuß wieder untersetzen. Ist der Mensch stark vom Leibe, und breit in den Hüften; so fällt der Schwerpunkt weiter seitwärts über den Fuß, von dem er jedesmal getragen wird, hinaus, desto mehr muß er sich bey Aufhebung des einen Fußes auf den andern hinüber neigen, desto geschwinder, und stärker sucht der Schwerpunkt zu überfallen, und mit desto mehr Gewalt muß man den aufgehobenen Fuß wieder auf den Boden setzen, welches einem solchen Menschen den sogenannten schweren, watschelnden Gang, gleich einer Ente, giebt.

Bey dickbauchigen Menschen liegt der Schwerpunkt mehr vorwärts, so wie er bey

Bucklichten mehr rückwärts liegt. Daher sich diese mehr vorwärts, und jene mehr rückwärts neigen.

Wenn wir sitzen; so fällt der Schwerpunkt ausserhalb unserer Basis hinaus, und wir können daher nicht aufstehen, ohne daß wir die Füße unter den Sessel zurückziehen, oder uns mit dem Oberleibe vorwärts neigen.

Wer mit dem Rucken dicht an einer Mauer steht, kann nichts von der Erde aufheben, wenn er nicht einen Fuß vorsetzt, weil bey dem Bucken der Schwerpunkt aus der Basis hinausfällt.

Wenn wir fallen, helfen wir uns oft noch dadurch, daß wir einen Arm, oder Fuß auf die entgegengesetzte Seite ausstrecken, indem wir dadurch den Schwerpunkt auf die Basis wieder zurückbringen.

In der nämlichen Absicht bedienen sich die Seiltänzer mit glücklichem Erfolge einer langen Stange.

Das chinesische Purzelmännchen purzelt ganz ordentlich über alle Stafel einer Stiege hinunter, indem in seinem hohlen Körper einige Tropfen Quecksilber bald in den Kopf sich befinden, bald in den Rumpf hinabsinken.

Die vierfüssigen Thiere haben einen viel festern Stand, als der Mensch, denn die ganze zwischen den vier Füssen liegende Fläche macht ihren Grund aus, worauf sie stehen, und ein gelernter, und geübter Reiter wird sich in Ansehung des Schwerpunkts die gehörige Stellung zu geben

 wissen,

wissen, wenn er Berg auf, oder Berg ab, wenn er im Trab, oder Galop reitet.

Bey den meisten Vögeln ist der Schwerpunkt zwischen den Flügeln, wenn sie mit vorwärtsgestrekten Halse, und hinter sich gestrekten Füssen fliegen. Beym Reiger würde aber wegen Länge des Halses der Schwerpunkt vor den Flügeln kommen, wenn er auf diese Art fliegen wollte. Er ändert daher die Figur des Halses, und biegt denselben wie einen Ring zusammen, sobald er sich von der Erde erhebt. Das Huhn, und mehrere Vögel, der Käfer, und mehrere Insekten, welche sich diese Hilfe nicht verschaffen können, fliegen mit herabhangendem Leibe, und haben daher einen viel schwerern Flug.

Dem Bildhauer, Maler, Zeichner u. d. gl. ist die Lehre vom Schwerpunkt nothwendig, um den Werken seiner Kunst eine natürliche und ungezwungene Stellung zu geben. Jedem andern aber dient sie die Werke solcher Künstler von dieser Seite her gehörig zu beurtheilen.

Von dem materielen, oder physischen Hebel.

§. 91.

Der physische Hebel unterscheidet sich von dem mathematischen dadurch, daß er selbst schwer ist, da man diesen ohne aller schwere betrachtet

hat.

hat. Eine jede zylindrische, oder prismatische Stange, an welcher Kraft, und Last so angebracht sind, wie beym mathematischen, ist ein physischer Hebel. Z. B. der Hebebaum, oder die Hebstange.

§. 92.

Da ein physischer Hebel einen Schwerpunkt hat, so kann man sich in diesem seine ganze Schwere vereinigt vorstellen. Statt diesem kann man aber ferner annehmen, daß auch der Schwerpunkt selbst gar keine Schwere habe, dafür aber an demselben ein Gewicht angehangen sey, das der ganzen Schwere des Hebels gleich ist.

Man kann also einen physischen Hebel allemal auf einen mathematischen reduziren, und wenn an einem physischen Hebel Kraft und Last angebracht sind; so ists gerade soviel, als wenn man einen mathematischen mit drey Gewichten hätte.

§. 93.

Aufg. An einem physischen Hebel a b (Fig. 30.) sind Kraft und Last p, q in gegebenen Entfernungen vom Ruhe - oder Schwerpunkt c miteinander im Gleichgewicht: die Grösse der Last q zu finden, wenn g die Stelle des Schwerpunkts des leeren Hebels,

und s das Gewicht desselben ebenfalls bekannt sind.

Es ist (§. 83. Zus.)

$q.bc = p.ac + s.gc$. Folglich

$$q = \frac{p.ac + s.gc}{bc}$$

Beysp. Es sey $ac = 8$ Z. $bc = 4$ Z., $gc = 2$ Z., $s = 10$ ℔, $p = 20$ ℔ so ist

$$q = \frac{20.8 + 10.2}{4} = 45 \text{ ℔}$$

§. 94.

Aufg. Es sey die Kraft p unbekannt, q aber nebst den übrigen Stücken des vorigen § gegeben. Man soll p finden.

Weil (§. 83.) $p.ac + s.gc = q.bc$; so ist

$p.ac = q.bc - s.gc$

$$p = \frac{q.bc - s.gc}{ac}$$

Nach obigem Beyspiel in Zahlen

$$p = \frac{45.4 - 10.2}{8} = 20 \text{ ℔}$$

§. 95.

Aufg. Es sey ab die Länge des Hebels, seine Schwere s, die Stelle des Schwer-

punkts

punkts g, die Kräften p, q gegeben. Man soll die Stelle der Unterlage, nemlich ac, und bc finden.

Man suche den Schwerpunkt h für p und s, und es ist

$$ah = \frac{s.\,ag}{p+s} \text{ (§. 81.)}$$

Dann suche man den Schwerpunkt c für (p+s) in h, und q in b, und es ist

$$bc = \frac{bh\,(p+s)}{p+q+s} \text{ (§. 81.)} \text{ Nun ist}$$

$$bh = ab - ah = ab - \frac{s.\,ag}{p+s} =$$

$$\frac{ab.p + ab.\,s - ag.\,s}{p+s}. \text{ Also}$$

$$bh(p+s) = ab.p + ab.s - ag.\,s = ab.\,p + (ab - ag)\,s$$

$$bh\,(p+s) = ab.\,p + bg.\,s. \text{ Also}$$

$$bc = \frac{ab.\,p + bg.\,s}{p+q+s}$$

Es sey ab = 12 Z., g in der Mitte, und folglich bg = 6 Z.; so ist

$$bc = \frac{12.\,20 + 6.\,10}{20 + 45 + 10} = 4 \text{ Zoll.}$$

Zus. Folglich ist

$$ac = ab - bc = ab - \left(\frac{ab.p + bg.s}{p + q + s}\right)$$

$$ac = \frac{ab.p + ab.q + ab.s - ab.p - bg.s}{p + q + s}$$

$$ac = \frac{ab.q + (ab - bg)s}{p + q + s}$$

$$ac = \frac{ab.q + ag.s}{p + q + s}$$

Nach obigen Zahlen

$$ac = \frac{12.45 + 6.10}{20 + 45 + 10} = 8 \text{ Zoll.}$$

§. 96.

Der Gebrauch des Hebels ist in der Kunst, und Natur sehr vielfältig.

Das Brecheisen, oder der Geisfuß, die Scheere, die Beißzange, Glutzange, der Ziehhammer, das Druckmesser, das Ruder, die Schaufel, das Trettscheid am Spinnrad, am Schleifstein, an der Drehbank u. d. gl. Der Schubkarren, die Heblade, der Nußbeisser, die Kinnladen der Thiere sind Hebeln. Die Muskeln der Aerme, und Füsse u. d. gl. wirken an an den Knochen als Hebeln mit einer ausserordentlichen Kraft. Wenn man den Ellenbogen auf-

aufstützt, und mit der Hand ein Gewicht hält; so ist dieses, sammt der Schwere des Vorderarms die Last, der Ellenbogen die Unterlage, der zweyköpfige, und der innere Armmuskel sind die Kraft. Nun kann man ganz leicht bey aufgestützten Ellenbogen mit dem Horizontal ausgestreckten Vorderarm ein Gewicht von 50 ℔ halten, und sogar in die Höhe heben. Das Gewicht des Vorderarms ist ungefehr 6 ℔. Es ist also die Last ungefehr 56 ℔, und eben so groß müste die Kraft der genannten zween Muskeln seyn, wenn sie den nemlichen Abstand, wie die Last von dem Ruhepunkt hätten. Allein diesen haben sie nicht, und die Richtungen ihrer Sehnen sind von dem Ruhepunkt kaum 1 Zoll weit weg, da doch die Entfernung der auf der Hand liegenden 50 ℔ wohl 16 Zoll beträgt. Es müssen also die zween Muskeln zur Erhaltung dieser Last eine Kraft von ohngefähr 800 ℔ anwenden. Nimmt man auch auf die 6 ℔, als die Schwere des Vorderarms, die man sich in der Mitte desselben, also in einer Entfernung von 8 Zoll vereinigt vorstellen kann, Rücksicht, so müssen die zween Muskeln ausser den obigen 800 ℔, auch noch 48 ℔, mithin in allen 848 ℔ tragen. Hierbey ist aber noch immer vorausgesetzt, daß ihrer Sehnen in senkrechten Richtungen an den Knochen befestiget sind. Allein dieß ist nicht so, sondern sie haben eine so schiefe Richtung, daß ihre wahre Entfernung vom Ruhepunkt nur $\frac{2}{3}$ Zoll beträgt, und also um $\frac{1}{3}$ klei-

ner

ner ist, als sie zuvor angenommen vor. Mithin müssen sie auch um $\frac{1}{3}$, d. i. um 282 $\frac{2}{3}$ ℔ mehr, und in allem 1130 ℔ Kraft anwenden, um nur die auf der Hand liegende 50 ℔ zu erhalten. Es ist aber dies noch nicht alles, denn man kann diese Last in die Höhe heben, wozu nach Hallers Schätzung wieder eben soviel Kraft erfordert wird, so daß vermög diesem die ganze Kraft des zweyköpfigen, nnd des innern Muskels auf 2260 ℔ zu rechnen ist. Noch größer ist die Kraft, welche andere Muskeln bey ihrer Zusammenziehung, wenigstens in dem ersten Augenblick derselben, ausüben.

Die Tragstange ab (Fig. 31.), deren sich ihrer Zween bedienen eine Last q zu tragen, ist ein Hebel der zweyten Art. Um die Kraft p zu finden, die b anwendeu muß, stelle man sich a als die Unterlage vor; so ist

$$p = \frac{ac.\,q}{ab}$$

Will man die Kraft r wissen, die a anwenden muß; so stelle man sich b als die Unterlage vor, so ist

$$r = \frac{bc.\,q}{ab}.$$ Folglich ist

$$p : r = \frac{ac.\,q}{ab} : \frac{bc.\,q}{ab} = ac : bc$$

Auch

Auch auf die Stärke der Balken, einen in der Baukunst sehr wichtigen Gegenstand, läßt sich die Lehre vom Hebel mit vielem Nutzen anwenden.

Von der Stärke der Balken.

§. 97.

Unter der Stärke eines Balkens versteht man die Größe derjenigen Kraft, mit welcher man auf ihn, jedoch ohne daß er wirklich bricht, wirken darf.

§. 98.

Ein Stück Holz, z. B. einen Stab kann man auf zweyerley Art zum brechen bringen, je nachdem man die Kraft auf ihn entweder in einer mit den Longitudinalfibern parallelen, oder auf dieselben perpendikulären Richtung wirken läßt. Man kann nämlich den Stab entweder nach der Länge seiner Fibern, wie einen Faden auseinander reissen, oder über die Knie abbrechen.

Man kann sich leicht durch einen Versuch überzeugen, daß es viel leichter ist, den Stab auf die zweyte, als auf die erste Art zu brechen. Eben so kann man sich überzeugen, daß der Stab auf die zweyte Art um so viel leichter gebrochen werde, je länger er ist, d. i. je weiter

die

die brechende Kraft von der Stelle des Bruches entfernt ist.

Es kommt also bey der Stärke des Stabes gar viel an auf die Art, wie man ihn brechen will, und man sieht von selbst ein, daß die Kraft bey der zweyten Art in Ansehung des Abstandes von der Stelle des Bruches gar vieles, bey der ersten aber gar nichts gewinnt.

Daher unterscheidet man zweyerley Arten der Stärke bey den Hölzern, und nennt die Grösse der Kraft, die man anwenden muß ein Stück Holz auf die erste Art zu brechen, seine absolute Stärke, die bey der andern Art hingegen seine respektive Stärke.

§. 99.

An einem frey herabhangenden, doch aber genugsam befestigten Stück Holz von bekannter Dicke hänge man nach und nach so viele Gewichte an, bis es zerreißt; so ist das angehangene Gewicht größer, als die absolute Stärke des Holzes (§. 97.). Gesetzt das Stück Holz hätte 100 ℔ getragen, von 101 ℔ aber sogleich gebrochen; so würde zwar keines von diesen zwey Gewichten die absolute Stärke genau ausdrücken, doch würden sie die Grenzen, zwischen welche sie hineinfällt, seyn. Hätte man die Gewichte nicht pfundweis, sondern lothweis angehangen; so hätte man die Grenzen der absoluten Stärke viel näher zusammenbringen, und

jede

jede derselben ohne merklichen Fehler als die wahre absolute Stärke annehmen können.

§. 100.

Satz. Die absoluten Stärken zweyer prismatischer Körper a, b überhaupt verhalten sich gegeneinander die ihre Grund- oder Durchschnittsflächen.

Denn man kann sich allemal vorstellen, als bestünde der dickere b aus mehrern dünnern Körpern, deren jeder der Stärke nach dem andern a gleich ist, so daß sich die absolute Stärke des a zur absoluten Stärke des b verhält wie 1 zur Anzahl der dünnern, aus denen b besteht.

Nun verhält sich aber eben so die Durchschnittsfläche des a zu der des b. Also ꝛc.

Zus. 1. Wenn aief, AIEF die Durchschnittsflächen der zween Balken ad, AD (Fig. 32. 33.) sind, und ihre absolute Stärken v, V heissen; so ist

$v : V = aief : AIEF$, oder weil die Durchschnittsflächen Rechtecke sind,

$v : V = ai.af : AI.AF.$

Zus.

Zus. 2. Es heissen die Höhen der Durchschnittsflächen h, H, die Breiten derselben b, B, so ist überhaupt

$$v : V = h.b : H.B.$$

§. 101.

Musschenbrock hat über die absolute Stärke der bekanntesten Holzarten, und der Metalle Versuche angestellt. Er nahm Parallelepipeda, deren Grundflächen Quadrate waren, wovon jede Seite 0, 27 rheinl. Zoll betrug.

Das Buchenholz	wurde	zerrissen	von	1250 ℔
Eschenholz	:	:	:	1250 —
Eichenholz	:	:	:	1150 —
Lindenholz	:	:	:	1000 —
Erlenholz	:	:	:	1000 —
Ulmenholz	:	:	:	950 —
Tannenholz	:	:	:	600 —
Fichtenholz	:	:	:	550 —

Die Parallelepipeda, deren er sich zur Untersuchung der absoluten Stärke der Metalle bediente, waren von gegossenem Metalle, und jede Seite der Durchnittsfläche hatte 0, 17 rheinl. Zoll. Das Parallelepipedum

von

von Eisen wurde zerrissen von			1930 ℔
Silber	:	:	1156 —
Kupfer	:	:	1054 —
Gold	:	:	578 —
Zinn	:	:	150 bis 188 ℔
Bley	:	:	25 —

Diese Versuche dienen die absolute Stärke der hier angeführten Körper von verschiedener Dicke zu finden. z. B. die eisernen Nägel, mit welchen bey der hiesigen Brücke über die Donau die Durchzüge an die Hängreise festgemacht sind, sind viereckigt, und haben in jeder Seite $2\frac{1}{4}$ bayr. Zoll oder 0,1875 bayr. Fuß. Wie groß ist die absolute Stärke eines solchen Nagels? —

Weil die Parallelepipeda, mit denen Muschenbrock seine Versuche angestellt, nach rheinischen Maaße gemessen waren; so muß hier zuvor das bayrische Maas, nemlich die 0,1875 bayr. Fuß auf das rheinische reduzirt werden, welches nach §. 42 geschehen kann.

Dort heißt es, daß, wenn man den pariser Fuß in 14400 Theile theilt, 13913 solche Theile einen rhnl., und 12938 solche Theile einen bayr. Fuß ausmachen.

Dem=

Demnach ist 1 bayr. F. : 1 rhnl. Fuß = 12938 : 13913, und

$$1 \text{ bayr. F.} = \frac{12938}{13913} = 0,9299. \text{ rheinl. Fuß}$$

Demnach ist 1 bayr. F. : 0, 9299 rhnl. F. = 0, 1875 bayr. F. : x rhnl. F. Folglich x = 0, 17435. rheinl. F. d. i. jede Seite eines eisernen Nagels an den Hängreisen der Donaubrücke hat 0, 17435 rhnl. F.

Folglich ist die Durchschnittsfläche eines solchen Nagels allernächstens = 0, 0304 rheinl. Quadratfuß = 4,3776 rhnl. Quadratzoll.

Nun ist die Durchschnittsfläche des Parallelepipedi, mit dem Muschenbrock seine Versuche angestellt, = 0, 17 X 0, 17 = 0, 0289 rheinl. Quadratzoll.

Also verhält sich die absolute Stärke des Parallelepipedi zur absoluten Stärke V des Nagels, wie 0,0289 : 4, 3776, oder nach obiger Tafel 1930 : V = 0, 0289 : 4, 3776, nnd V = 292344,9 Pf.

Soviel ist einer von den genannten Nägeln zu tragen im Stande in der Voraussetzung, daß er, wie Musschenbroecks Parallelepipedum, nur vom gegossenen Eisen wäre. Da er aber von gut gehämmerten Eisen ist, so darf man seine absolute Stärke noch etwas grösser annehmen.

Wäre anstatt der Seite des Nagels seine absolute Stärke gegeben gewesen, so hätte sich auf die nemliche Art aus dieser die Durchschnittsfläche,

fläche, und mithin die Dicke desselben finden lassen.

Beym Bauen ereignet es sich oft, daß etwas, z. B. der Dachstuhl, ein Gewölb, der Rauchmantel eines Schornsteins, u. d. gl. an Hangsäulen, oder an eisernen Stangen aufgehangen werden muß, wo es sodann gut ist, wenn man sich von der dazu erforderlichen Stärke und Dicke des Holzes, oder Eisens einen wenigstens beyläufigen Begriff machen kann; und ich glaube daher, daß dieses Beyspiel nicht ganz ohne praktischen Nutzen in der Baukunst seyn werde.

Zus. Hat ein Körper verschiedene Durchschnittsflächen; so ist er dort am schwächsten, wo er die kleinste Durchschnittsfläche hat.

§. 102.

Gleichwie es in dem Balken ad (Fig. 32.) einen Schwerpunkt m, d. i. einen solchen Punkt giebt, in welchem man sich die ganze Schwere vereinigt vorstellen kann, eben so kann man sich in der Durchschnitts- oder Brechungsfläche a i e f einen Punkt c vorstellen, in welchen die ganze auf der Brechungsfläche vertheilte absolute Stärke vereinigt ist.

§. 103.

Bey Untersuchung der absoluten Stärke eines Balkens ist es gleichgültig in welcher

Stelle

Stelle der Brechungsfläche man sich dieselbe vereinigt vorstellt, oder wo man c annimmt.

Bey Untersuchung der respektiven aber ist es nicht gleichviel.

Denn es sey a d ein horizontal aus einer Mauer hervorragender Balken, der in a i auf der Mauer aufliegt, in einem Punkt c alle seine absolute Stärke vereinigt hat, und von einer in k angebrachten Kraft p in a i e f gebrochen wird; so sieht man, daß c g k einen Winkelhebel vorstelle, für welchen in c die Last v, in g die Unterlage, in k die Kraft, c g der Abstand der Last, g k der Abstand der Kraft, g c. v das Moment der Last, g k. p das Moment der Kraft ist. Wird nun c höher, oder tiefer angenommen; so ist auch g c. v verschieden, welches aber nicht seyn kann, weil sonst um den nemlichen Balken zu brechen, p bald größer, bald kleiner seyn müßte. Folglich muß c allemal in einer bestimmten Stelle angenommen werden, und diese ist der Mittelpunkt der Brechungsfläche.

Denn es sey a i e f (Fig. 34.) die Brechungsfläche, und man stelle sich vor, daß die absolute Stärke aller unter d h liegenden Fibern in die Mitte d h hinauf kommen; so werden die Momente aller dieser Fibern größer. Versezt man aber die absolute Stärke aller über d h liegenden Fibern in d h herab; so werden die Momente aller dieser Fibern um eben so viel kleiner, als die der untern größer geworden sind.

Folg-

Folglich ist das Moment der absoluten Stärke das nemliche, es mag diese in der ganzen Brechungsfläche zerstreut, oder in d h vereinigt seyn.

Nun bleibt aber dieses Moment auch noch das nemliche, wenn man sich die in d h vertheilte absolute Stärke im Mittelpunkt c vereinigt vorstellt.

Also ist es in Ansehung des Moments, unter welchem die absolute Stärke bey der Brechung eines Balkens wirket, das nemliche, ob dieselbe auf der ganzen Brechungsfläche vertheilt ist, oder ob man sich dieselbe im Mittelpunkt derselben vereinigt vorstellt.

Also ist der Mittelpunkt der Brechungsfläche eines Balkens derjenige Punkt, in welchem man sich die ganze absolute Stärke vereinigt vorstellen, und den man den **Mittelpunkt der absoluten Stärke** nennen kann.

§. 104.

Wenn ein aus einer Mauer horizontal hervorragender Balken a d (Fig. 32.) von einem in k angehangenen Gewicht p gebrochen wird, so ist die Stelle des Bruches dort, wo er auf der Mauer aufliegt, d. i. in a i. Denn da p unter einem Moment wirket; so muß der Balken in jener Stelle brechen, für welche p das größte Moment hat. Nun ist diese Stelle da, wo er auf die Mauer aufliegt. Also muß er dort brechen.

§. 105.

Aufg. Die respektive Stärke p eines aus der Mauer horizontal hervorragenden Balkens a d zu finden. (Fig. 32.)

Da p gerade den Balken zu brechen im Stande ist, und also ohne merklichen Fehler als die respektive Stärke angenommen werden kann; so ist

$$p . gk = v . gc. \text{ Folglich}$$

$$p = \frac{v . gc}{gk}.$$

Zus. 1. Wenn man für den Balken AD (Fig. 33.) P, V die nämlichen Stücke gelten läßt; so ist ebenfalls

$$P = \frac{V . GC}{GK}. \text{ Folglich}$$

$$p : P = \frac{v . gc}{gk} : \frac{V . GC}{GK}.$$

Zus. 2. Weil $gc : GC = af : AF$, und $gk = ab$, $GK = AB$; so ist

$$p : P = \frac{v . af}{ab} : \frac{V . AF}{AB}.$$

Zus. 3. af, AF sind die Höhen, ab, AB die Länge der Balken. Wenn man jene h, H, diese l, L nennt; so ist

p : P

$$p:P = \frac{v.h}{l} : \frac{V.H}{L}$$, und wenn $l = L$;

so ist $p:P = v.h : V.H$

Zus. 4. Ferner ist $v:V = h.b : H.B$ (§. 101.) Also ist auch

$$p:P = \frac{b.h.h}{l} : \frac{B.H.H}{L} = \frac{b.h^2}{l} : \frac{B.H^2}{L}.$$

Zus. 5. Hieraus ergiebt sich

$$p = \frac{b.h^2}{l} P : \frac{B.H^2}{L} = \frac{b.h^2}{l} . P . \frac{L}{B.H^2}$$

$$p = \frac{L.P}{B.H^2} . \frac{b.h^2}{l}$$

Zus. 6. Ist $h = H$, $b = B$; so ist

$p:P = \frac{1}{l} : \frac{1}{L}$ Ein kurzer Balken trägt also mehr, als ein langer.

Zus. 7. Ist $h = H$, $l = L$; so ist $p:P = b:B$ und ein breiter Balken trägt mehr, als ein schmaler, bey übrigens gleicher Länge und Höhe.

Zus. 8. Ist $b = B$, $l = L$; so ist $p:P = h^2 : H^2$. Ein zwey, drey, viermal rc. so hoher Balken trägt also 4 mal, 9 mal, 16 mal

16 mal soviel als ein anderer, der nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ von der Höhe desselben hat.

§. 106.

Satz. Wenn ein Balken zweyerley Seiten bai, baf hat; so trägt er auf der schmalen Seite mehr, als auf der breiten. (Fig. 32.)

Liegt der Balken auf der breiten Seite bai; so ist

$$p = \frac{v.\frac{1}{2}af}{ab}$$

Liegt er aber auf der schmalen baf; so ist seine respektive Stärke

$$\pi = \frac{v.\frac{1}{2}ai}{ab}.$$ Folglich

$$p : \pi = \frac{v.\frac{1}{2}af}{ab} : \frac{v.\frac{1}{2}ai}{ab} = \frac{1}{2}af : \frac{1}{2}ai =$$

af : ai.

Es ist aber $ai > af$. Also auch $\pi > p$.

§. 107.

Satz. Wenn zween gleich lange Cylinder aus einerley, und gleichvieler Masse bestehen; der eine aber massiv, und der andere hohl ist; so trägt dieser mehr, als jener.

Es

Er sey abdec (Fig. 35.) die Durchschnittsfläche des massiven, ABDEC die Durchschnittsfläche des hohlen Cylinders; so sind c, C die Mittelpunkte ihrer absoluten Stärken die, weil sie gleich sind, beyde v heissen sollen, p aber soll die respektive Stärke des massiven, und P die des hohlen bedeuten; so ist

$p : P = v.ac : v.AC = v.ad : v.AD$ §. 105. Zus. 3.) $= ad : AD$.

Da nun $AD > ad$; so trägt der hohle mehr, als der massive.

Zus. Hierauf scheint die Natur Rücksicht genommen zu haben, da sie die Federn der Vögel, die Hälme des Getreides, die Knochen der Thiere u. d. gl. die zwar stark, aber nicht schwer seyn müssen, hohl gemacht.

§. 108.

Musschenbroeck hat die respektive Stärke einiger Hölzer untersucht, und folgende Resultate erhalten.

Er nahm Parallelepipeda, die 10 rhnl. Zoll lang, 0, 27 rhnl. Zoll hoch, und eben so breit waren.

Buchenholz	brach von	$56\frac{1}{2}$	Unz.
Eichenholz	:	48	—
Erlenholz	: :	48	—

Ul-

Ulmenholz	:	:	44 —
Fichtenholz	:	:	40 —
Tannenholz	:	:	$36\frac{1}{2}$ —

§. 109.

Aufg. Mittelst dieser Versuche mit Hilfe der §. 105. Zus. 5. gefundenen Formel die respektive Stärke eines gegebenen Balkens zu berechnen.

Es sey ein Balken von Eichenholz 160 rhnl. Zoll lang, 27 Zoll hoch, 9 Zoll breit, wie groß ist seine respektive Stärke, indem er horizontal aus einer Mauer hervorraget?

Die Formel ist $p = \frac{L.P}{B.H^2} \cdot \frac{b.h^2}{l}$

Man lasse die grossen Buchstaben die Zahlen des vorigen §. gelten; so ist

$$p = \frac{10.\ 48}{0{,}27.\ (0{,}27)^2} \cdot \frac{9.\ 27^2}{160} \text{ Unz.}$$

$$p = \frac{480}{(0{,}27)^3} \cdot \frac{9.27^2}{160}$$

$$p = \frac{3.\ 9.\ 27^2}{(0{,}27)^3}$$

$$p = \frac{27^3}{(0{,}27)^3}$$

Log.

$\text{Log. } p = \text{Log. } 27^3 - \text{Log. } (0,27)^3$

$\text{Log. } p = 3.\ \text{Log. } 27 - 3.\ \text{Log. } 0,27$

$\text{Log. } p = 3.\ 1,4313638 - 3. - 0,5686362$

$\text{Log. } p = 4,2940914 + 1,7059086$

$\text{Log. } p = 6,0000000$

$p = 1000000$ Unz.

$p = 62500$ Pf. (§. 37.)

So groß würde die respektive Stärke des Balkens seyn, wenn er selbst gar keine Schwere hätte.

Allein der Balken hat wirklich eine Schwere, welche auf ihn gerade so stark wirket, als wenn im Mittelpunkt m (Fig. 32.) ein seiner Schwere gleiches Gewicht π angehangen wäre, welches unter dem Moment $\pi\, \frac{1}{2}\, gk = \frac{1}{2}\, \pi .\, gk$ auf ihn wirkte.

Also wirkt die eigene Schwere des Balkens auf seinen Zusammenhang gerade so stark, als als ein am Ende angehangenes Gewicht, das halb so groß ist, als seine ganze Schwere, und welches folglich von 62500 ℔ abgezogen werden muß.

Da der körperliche Inhalt des ganzen Balkens = 38880 rhnl. Kubikzoll, und der rhnl. Kubikfuß Eichenholz = 77, 2 cölln. Pfund (§. 44.); so wiegt der ganze Balken 1737, und der halbe $868\frac{1}{2}$ cölln. Pfunde, welche von 62500 ℔ abgezogen $61631\frac{1}{2}$ cölln. Pfunde als die wahre respektive Stärke übrig lassen.

§. 110.

§. 110.

Aufg. Die respektive Stärke q eines auf beyden Seiten auf Unterlagen liegenden Balkens für jede Stelle zu finden.

In dem horizontal aus der Mauer s t hervorragenden Balken f a b g (Fig. 36.) sey ein Gewicht p angehangen, das ihn gerade zu brechen im Stande ist, und also seine respektive Stärke vorstellt; so ist

$p : v = a c : a b$ oder weil $a c = \frac{1}{2} a f$,

$p : v = \frac{1}{2} a f : a b$, und $p = \frac{\frac{1}{2} a f . v}{a b}$

Ist aber der Balken (Fig. 37.) bey d unterstützt; so kann er nicht mehr in a f, sondern muß in d o brechen, und das brechende Gewicht kann nicht mehr $= p$, sondern muß größer, (§. 105. Zus. 6.) und etwa $= m$ seyn, und es ist
$m : v = \frac{1}{2} d o : d b$ und

$m = \frac{\frac{1}{2} d o . v}{d b}$. Folglich

$m : p = \frac{\frac{1}{2} d o . v}{d b} : \frac{\frac{1}{2} a f . v}{a b} = a b : d b$. Folglich

$m = \frac{p . a b}{d b}$.

Man

Man setze $ab = a$, $ad = x$; so ist $db = a - x$, und

$$m = \frac{a.p}{a-x}$$

Nun sey der Balken auf der andern Seite bg in die Mauer st eingelassen, (Fig. 38.); so wird man in a das nämliche Gewicht p anhängen müssen, um ihn bg zu brechen, und es ist $p : v = \frac{1}{2} bg : ab$, und

$$p = \frac{\frac{1}{2} bg.v}{ab}$$

Ist aber in der nämlichen Stelle, wie zuvor, wiederum bey d eine Unterlage (Fig. 39.) so kann er von einem in a anzuhangendem Gewichte n nicht mehr in bg, sondern muß wiederum in do gebrochen werden, und n muß größer als p seyn, (§. 105. Zus. 6.) und es ist $n : v = \frac{1}{2} do : ad$ und

$$n = \frac{\frac{1}{2} do.v}{ad}.$$ Folglich

$$n : p = \frac{\frac{1}{2} do.v}{ad} : \frac{\frac{1}{2} bg.v}{ab} = ab : ad.$$ Folglich

$$n = \frac{ab.p}{ad} = \frac{a.p}{x}.$$

Nun sey der Balken nirgend in eine Mauer eingelassen, sondern liege frey auf der Unterlage

d (Fig.

d (Fig. 40) und in a, b seyen die vorige Gewichte m, n angehangen, so muß er in d brechen, und die Unterlage d tragt die Summe der Gewichte nemlich m + n.

Da die Wirkung der Gewichte die nämliche bleibt, man mag sie in der nämlichen Richtung aufwärts, oder abwärts ziehen lassen, und die Unterlage von oben herab eben so stark widersteht, als von unten hinanf; so muß, wenn die Gewichte m und n wirklich aufwärts ziehen, und die Unterlage d oben angebracht ist (Fig. 41.) der Balken ebenfalls wie zuvor brechen, und d leidet einen Druck aufwäres = m + n.

Endlich seyen anstatt den aufwärts ziehenden Gewichten m, n zwo aufwärts drückende Unterlagen a, b (Fig. 42), und anstatt der Ueberlage in d sey ein Gewicht q angehangen, das die Stelle derselben vertretten kann; so muß der Balken gleichfalls noch brechen.

Gleichwie also der Widerstand, den zuvor d geleistet = m + n gewesen; so ist itzt auch

$$q = m + n = \frac{a.p}{a-x} + \frac{a.p}{x} = \frac{a.a.p}{ax - xx}$$

Zus. 1. Es sey $x = \frac{1}{4}a$; so ist $q = 5\frac{1}{3}p$
— $x = \frac{1}{3}a$; — $q = 4\frac{1}{2}p$
— $x = \frac{1}{2}a$; — $q = 4\ p$
— $x = \frac{2}{3}a$; — $q = 4\frac{1}{2}p$
— $x = \frac{3}{4}a$; — $q = 5\frac{1}{3}p$

Die

Die respektive Stärke eines an beyden Enden auf liegenden Balkens wird also gegen die Mitte hin immer schwächer, und ist in der Mitte selbst am schwächsten, samt dem aber trägt er eben daselbst noch zweymal soviel, als er in dieser Stelle tragen würde, wenn er nur horizontal aus einer Mauer hervorragte.

Zus. 2. Da die Aeste den Zusammenhang der Fibern unterbrechen, und den Balken an sich schon schwächen; so schwächen sie einen auf beyden Seiten unterstützten noch mehr, wenn sie sich in der Mitte, und über dieß noch mehr, wenn sie sich unten befinden. Ein Umstand, auf welchen in der Baukunst oftmal mehr Rücksicht genommen werden könnte, und sollte.

§. 111.

Satz. Wenn ein Baum quadratischvierseitig zugehauen wird; so verliert er dadurch mehr als die Hälfte von seiner respektiven Stärke.

Es bedeute (Fig. 43) der Zirkel a c d b den Durchschnitt eines Baumes, und das gleichnamige Quadrat den Durchschnitt eines quadratischvierseitigen Balkens, der sich daraus zimmern läßt.

Da a d den rechten Winkel c d b in zween gleiche Winkel c d a, b d a theilet; so hat jeder von diesen 45°, und wenn man a d als den Radius annimmt; so ist a c der Sinus des Winkels von 45°. Folglich

a d : a c = sin. tot. : sin. 45° = 10000 : 7071.

Man suche aus diesen Zahlen den Flächeninhalt des Zirkels a c d b, und des gleichnamigen Quadrats; so ist die Durchschnittsfläche des Baumes zur Durchschnittsfläche des quadratisch-vierseitigen Balkens, wie 78539815 : 49999041, und eben so verhält sich die absolute Stärke V des Baumes zur absoluten Stärke v des Balkens. (§. 101.)

Nun ist, weil die Länge des Balkens gleich der Länge des Baumes, P : p = V. H : v. h. (§. 105. Zus. 3.) Folglich

P : p = 78539815 × 10000 : 49999041 × 7071

P : p = 7853... : 3535 ... = 2, 2 ... : 1

§. 112.

Aufg. Der runde Balken f h a k habe gleiche respektive Stärke mit dem gleichlangen quadratischvierseitig zugehauenen a c d b. Das Verhältniß des f a zu a d zu finden. (Fig. 44. 43.)

Es ist p : P = v. h : V. H. (§. 105. Zus. 3.)

Man lasse die grossen Buchstaben für den runden, und die kleinen für den vierseitigen gelten;

ten; so ist $H = D$, der Durchmesser, und die absolute Stärke V, die sich wie die Zirkelrunde Durchschnittsfläche verhält, ist $= \frac{1}{4} \pi D^2$. Folglich $V . H = \frac{1}{4} \pi D^3$.

Weil der andere quadratisch gehauen ist; so ist $v = hh$, und $v . h = h^3$. Mithin $p : P = h^3 : \frac{1}{4} \pi D^3$.

Ferner ist nach der Voraussetzung $p = P$. Mithin $h^3 = \frac{1}{4} \pi D^3 = \frac{1}{4} . 3,1415 \ldots \times D^3$ $= 0,7853 \ldots \times D^3$

Es sey af oder $D = 12$ Zoll; so ist $h^3 = 0,7853 \ldots \times 12^3$

$3 . \text{Log. } h = \text{Log. } 0,7853 \ldots + 3 . \text{Log. } 12$

$3 . \text{Log. } h = - 0,1050244 + 3,2375436$

$3 . \text{Log. } h = 3,1325192$

$\text{Log. } h = 1,0441730$

$h = 11,07$. d. i. Die Seite bd des quadratischvierseitig zuzuhauenden Balkens ist $=$ 11, 07 Zöll.

Nun ist

$bd : ad = \sin. 45° : \sin. \text{tot.}$ oder mit Logarithmen

$1,0441730 : \text{Log. } ad = 9,8494850 : 10,0000000$

$\text{Log. } ad = 1,1946880$

$ad = 15,66$ Zoll nächstens d. i. Der Baum, aus welchem ein eben so starker quadratischvierseitiger Balken gehauen werden soll, muß 15, 66 Zoll im Durchmesser haben, und es muß $af : ad = 12 : 15,66$ seyn.

Zus.

Zus. Vergleicht man diese Bäume ihren körperlichen Inhalt nach miteinander; so verhält sich der dünnere zum dickern wie 10 : 17.

Folglich kann man mit der nämlichen Mühe, und Unkösten von den dünnern 17 Stämme herbeyschaffen, bis man sich von den dickern 10 herbeyschafft.

Es ist demnach vortheilhafter runde Balken, Sparren, u. d. gl. so gut es seyn kann, zu gebrauchen, als die Bäume mit vieler Mühe, und Unkösten vierseitig zu hauen.

Freylich kann man der Stärke eines Balkens dadurch helfen, daß man ihn nicht quadratisch, sondern so hauet, daß sich die schmale Seite zur breiten verhält, wie 2 : 2,828. wie es sich durch die Differentialrechnung finden läßt. Allein samt dem ist er doch viel schwächer, als wenn er ganz rund wäre.

Von der Wage.

§. 113.

Beyde Arten der Wagen, sowohl die gemeine, oder Krammerwage, als die Schnellwage, sind Hebeln der ersten Art. Jene mit gleichen, diese mit ungleichen Aermen. (Fig. 45. 46.)

§. 114.

Die Absicht beym Gebrauche einer Wage überhaupt, nemlich das Gewicht eines Körpers mittels eines Gegengewichts zu erfahren, erfordert, daß bey der gemeinen Wage die Waare und das Gegengewicht einander gleich seyn müssen.

§. 115.

Die Theile der gemeinen Wage sind folgende:

1) Der Wagebalken a b. (Fig. 45)
2) Die Zunge d e, eine auf der Mitte des Wagebalkens senkrechte Spitze, oder Nadel.
3) Der Stift, oder die Achse c.
4) Die Gabel, oder Scheere f, zwischen welcher die Zunge spielt, und in deren zwey Löchern die Achse ruht.
5) Die Wagschaalen g, h.

§. 116.

Eine gute Wage muß zwey wesentliche Eigenschaften haben.

Erstens muß sie recht empfindlich, oder beweglich seyn.

Zweytens muß sie sich, wenn sie leer ist, von selbst allemal so stellen, daß die Zunge genau in der vom Aufhängspunkt senkrecht herabhangenden Gabel stehe, es mögen die Schaalen

an-

angehangen seyn, oder nicht, man mag selbe verwechseln, wie man will.

§. 117.

Um der Wage die gehörige Empfindlichkeit zu verschaffen muß man

A) die Reibung des Stiftes, soviel möglich, vermeiden. Daher muß

a) der Wagebalken so geringe seyn, als es die Umstände leiden.

b) Muß der Stift nach unten schneidig zu laufen.

B) Muß der Stift seine gehörige Stelle haben, d. i. er darf

a) nicht im Schwerpunkt des Wagebalkens

b) nicht unter dem Schwerpunkt;

c) sondern ein wenig oberhalb demselben seyn, wovon sich die Ursache aus der obigen Lehre vom Schwerpunkt leicht einsehen läßt.

§. 118.

Die zweyte Eigenschaft (§. 116.) erfodert,

a) gleiche Länge der Aerme.

b) gleiche Schwere derselben.

c) gleiche Schwere der Schaalen.

d) vollkommen senkrechte Stellung der Zunge auf den Wagebalken.

§. 119.

Um zu untersuchen, ob eine Wage gerecht, oder falsch sey, darf man nur die Gewichte verwechseln. Ist sie gerecht; so bleibt das Gleichgewicht. Ist sie falsch; so muß das Gleichgewicht aufgehoben werden.

§. 120.

Aufg. Mit einer falschen Wage das wahre Gewicht eines Körpers zu finden.

Man suche zuerst das Gewicht p, das nothwendig ist, um den Wagebalken in die horizontale Lage zu bringen, wenn der Körper x in der Schaale g liegt.

Sodann suche man das Gewicht q das zur nemlichen Absicht erforderlich ist, wenn x in h liegt.

Da nun im ersten Falle $p : x = ac : bc$ und im zweyten Falle $x : q = ac : bc$; so ist
$p : x = x : q$,
$x . x = p . q$
$x = \sqrt{p . q}$.

Gesetzt es müsse $p = 9$ Loth, $q = 10$ Loth seyn; so ist
$x = \sqrt{9 . 10} = 9, 487$ L. beynahe.

§. 121.

Eine gute Wage ist einem Physiker ein höchst wichtiges, und nothwendiges Instrument. Er muß deren mehrere haben, um schwere, und leichte Körper genau, und bestimmt wiegen zu können. Die kleinste muß sogar die etlichhundertste Theile eines Grans noch bemerkbar machen. Es ist aber nicht genug, gute Wagen zu besitzen, man muß sie auch kennen, sie studirt haben, und sich ihrer geschickt zu bedienen wissen, welches nur durch langen, und aufmerksamen Gebrauch erlernt wird.

§. 122.

Bey der Schnellwage wird am längern Arm ein Gewicht p angehangen (Fig. 46.), das an demselben hin, und hergeschoben werden kann, und der **Laufer** genannt wird.

Weil der Laufer, indem er hin und hergeschoben wird, unter verschiedenen Momenten wirket; so können mit dem nämlichen Gewichte Waaren von verschiedener Schwere abgewogen werden.

Zu dem Ende theilt man den längern Arm in gewisse Theile ein, welches entweder **geometrisch**, d. i. mit dem Zirkel, oder **empirisch**, d. i. durch Versuche geschehen kann. Es ist aber die empirische Eintheilung der grössern Sicherheit wegen der geometrischen vorzuziehen.

Da

Da es selten geschieht, daß der leere kurze Arm mit dem langen das Gleichgewicht hält; so muß man wissen, wieviel an denselben angehangen werden müsse, um ihn mit dem andern ins Gleichgewicht zu bringen, welches sodann zu jenem Gewicht, das beym Abwiegen gefunden wird, addirt werden muß.

Da man der Schnellwage jene Accuratesse bey weitem nicht geben kann, wie der Kammerwage; so bedient man sich derselben auch meistens nur bey grossen sehr schweren Lasten, bey denen es auf ein Kleines nicht ankommt, z. B. ganze Heuwägen abzuwiegen, wobey sie aber den Vortheil hat, daß man nicht so viele Gewichte brauchet, wie bey der Kammerwage.

Von der Rolle, und dem Flaschenzuge.

§. 123.

Eine **Rolle** ist eine kreisrunde, um ihre Achse c bewegliche Scheibe a e b (Fig. 47.), auf deren äussersten Umfange eine Hohlkehle eingeschnitten ist, um ein Seil, oder Kette aufnehmen zu können, an deren einem Ende die Kraft p, an dem andern die Last q angebracht ist.

Der durch den Mittelpunkt der Rolle gesteckte Nagel heißt der **Polzen**, und das Gehäuse d die **Scheere**, **Hülse**, der **Kloben**.

§. 124.

Die Rolle ist entweder eine bewegliche, oder eine unbewegliche, je nachdem sie mit der Last steigt, oder nicht. (Fig. 48. 47.)

§. 125.

Satz. Bey der unbeweglichen Rolle gewinnt die Kraft in Ansehung ihrer Grösse gar nichts, sondern muß eben so groß seyn, als die Last.

Denn sie stellt einen gleicharmigen Hebel der ersten Art a c b vor, an welchem Kraft und Last gleiche Entfernungen a c, b c vom Ruhepunkt c haben. (Fig. 47.)

Zus. 1. Das nemliche gilt noch, wenn die Richtungen der Kräfte nicht parallel sind, z. B. wenn die Kraft r, mit q das Gleichgewicht halten soll, weil auch c e = b c, und bey e, und b gleiche, nemlich rechte Winkel sind.

Zus. 2. Obgleich die Kraft in Ansehung ihrer Grösse nichts gewinnt; so verschafft diese Rolle doch andere Vortheile, nemlich daß eine Kraft eine andaurende beständige Bewegung, und zwar nach beliebigen Richtungen hervorbringen kann.

§. 126.

Satz. Bey der beweglichen Rolle darf die Kraft nur halb so groß seyn, als die Last.

Denn

Denn bey dieser ist bey b die Unterlage (Fig. 48.) in c die Last, in a die Kraft. Folglich $p : q = bc : ab = 1 : 2$, und $p = \frac{1}{2} q$.

§. 127.

Satz. Wenn bey einer beweglichen Rolle Kraft und Last nicht miteinander parallel ziehen; so muß die Kraft größer seyn, als die halbe Last, oder $p > \frac{1}{2} q$ (Fig. 49.).

Wenn das End des Seiles an einem Nagel angemacht, und die Kraft p am andern Ende in der Richtung ap ziehet; so stellt die Rolle einen Hebel der zweyten Art adb vor, bey welchen in b die Unterlage, in d die Last, in a die Kraft angebracht ist, so das bd die Entfernung der Last, die von b auf die Richtung der Kraft senkrecht gezogne Linie be aber die Entfernung der Kraft vom Ruhepunkt vorstellt, und es ist

$p : q = bd : be$

Nun ist $ab > be$ also auch

$\frac{1}{2} ab > \frac{1}{2} be$, d. i.

$bd > \frac{1}{2} be$. Mithin ist auch

$p > \frac{1}{2} q$.

Zus. Die Kraft verhält sich zur Last, wie der Radius der Rolle, zur Sehne des Bogens. in welchem das Seil den Bogen berührt, oder $p : q = ac : ab$.

Denn

Denn es ist erstens $p : q = bd : be$

zweytens $\triangle acd \sim \triangle abe$, indem sie rechtwinklicht, und cab, abe Wechselwinkel sind. Folglich ist

$be : ba = ad : ac$, und

$be = \frac{ba . ad}{ac}$. Mithin

$p : q = bd : \frac{ba . ad}{ac}$

$p : q = bd . ac : ba . ad$, und weil $bd = ad$

$p : q = ac : ba$.

§. 128.

Ein Kloben mit zwey, oder mehrern Rollen heißt eine **Flasche**, und zwey mittels eines Seiles miteinander verbundene Flaschen, machen einen **Flaschenzug** aus. (Fig. 50.).

Weil die obere Flasche allemal festgemacht ist, und weder sinken, noch steigen kann; so enthält sie lauter unbewegliche Rollen, und die Kraft gewinnt in Ansehung ihrer Größe durch sie gar nichts.

Die untere Flasche aber, die mit der Last sinkt, und steigt, und mithin lauter bewegliche Rollen enthält, macht, daß die Kraft viel kleiner seyn darf, als die Last.

§. 129.

Satz. Im Stande des Gleichgewichts verhält sich beym Flaschenzuge die Kraft zur Last, wie 1 zur Anzahl der Seile, an denen die untere Flasche hängt.

Denn da im Stande des Gleichgewichts alle Seile gleich stark gespannt seyn müssen, indem sie sonst einander nachgeben würden und kein Gleichgewicht wäre; so muß jedes den nämlichen gleichvielten Theil von der Last tragen, den man folglich findet, wenn man die Last durch Anzahl der Seile, an denen die untere Flasche hanget, dividirt.

Gesetzt die Last sammt der Flasche sey = 100 ℔; so tragt jedes der 4 Seile den 4ten Theil, d. i. 25 ℔, und eben so groß muß die am Seil n p ziehende Kraft p seyn. Folglich verhält sich

$p : q = 25 : 100 = 1 : 4$ d. i. wie 1 zur Anzahl der Seile, an denen die untere Flasche hängt.

§. 130.

Der Gebrauch der Rolle, und des Flaschenzugs ist sehr häufig und allgemein. Man bedient sich derselben die größten Lasten empor zuheben oder herab zu lassen.

Bey dem gewöhnlichen Flaschenzug stehen die Rollen im Kloben übereinander, und hat jede ihren eigenen Polzen. Es giebt aber auch eine andere Art wo die Rollen in der Flasche nebeneinander an

einen

einem gemeinschaftlichen Polzen sind, welches den Vortheil gewährt, daß sie weniger Raum einnehmen. Man pflegt sich dieser Art Flaschenzüge gerne dort, wo man wenig Raum zur freyen Bewegung hat, z. B. in der Küche bey Bratenwendern zu bedienen.

Uebrigens hat man beym Gebrauche der Flaschenzüge vorzüglich darauf zu sehen,

1) daß alle Theile, besonders der oberste Hacken die gehörige Stärke haben.

2) Daß die Hohlkehle tief genug ausgeschnitten sey, um das Seil gehörig aufnehmen zu können. Je nachdem die Rolle zu verschiedenen Gebrauch bestimmt ist; wird die Hohlkehle rund, oder unter einem Winkel ausgeschnitten, damit sich das Seil einklemme, und nicht so leicht abklitsche. Z. B. bey einer Hanguhr, wo sie noch über dieß rauh, und scharf gemacht wird.

3) Daß die Seile sich nicht einander streifen. Daher müssen an der obern Flasche die untern, und an der untern Flasche die obern Rollen merklich kleiner seyn, als die andern.

4) Daß die Rollen über die Kloben zu beyden Seiten weit genug hervorstehen, damit die Seile sich nicht an denselben reiben. Ein Umstand, der sich gar oft ereignet, und den Seilen sehr nachtheilig ist.

5) Endlich ist zu merken, daß wenn ein Flaschenzug zur Erhebung, oder Herablassung einer Last gebraucht wird, die Seile niemals gleich gespannt sind, sondern im ersten Falle die äussern, und

im

im zweyten die innern mehr zu tragen haben, und man auf eine gleiche Spannung der Seile nicht antragen dürfe.

Von den Winden, und Rädern.

§. 131.

Ein Zylinder, der mit seinen Enden entweder in Löcher eingelassen ist, oder auf Unterlagen ruht, so daß er mittels eines, oder mehrerer durchgestekter Stäbe, oder Stangen um seine Achse gedreht werden kann, heist eine Winde. (Fig. 51.)

Der Zylinder selbst d e heist die **Welle**, oder der **Wellbaum**. Die Enden a, b, die gewöhnlich dünner sind, heissen die **Zapfen**, und das, worinn, oder worauf sich die Zapfen drehen, die **Zapfenlöcher**, oder die **Pfannen**.

Je nachdem der Wellbaum liegt, oder steht; ist die Winde eine **liegende** oder eine **stehende**. (Fig. 51. 52.)

§. 132.

Saß. Bey jeder Winde verhält sich im Stande des Gleichgewichts die Kraft zur Last, wie der Radius der Welle, zur Länge des Stabes, oder der Stange, woran die Kraft angebracht ist.

Es stelle d e m (Fig. 53.) den Durchschnitt eines Wellbaumes vor, an dessen Peripherie die Last q herabhangt, und a c bedeute eine Stange, an welcher die Kraft p unter einem rechten Winkel

kel p a c wirket, die mit q das Gleichgewicht hält.

Weil q den Wellbaum in der Richtung e m d umzudrehen strebt; so wirkt dieser in dem Punkt d auf die Stange aufwärts mit einer Gewalt $= q$, und es ist a d c ein Hebel der zweyten Art, an welchem folglich beym Gleichgewicht $p : q = dc : ac$.

Beyspiel. Es sey $q = 300$ ℔, $dc = 6$ Zoll, $ac = 36$ Zoll; so ist $p = 50$ ℔.

Zus. 1. Zöge die Kraft $r = p$ in der schiefen Richtung a r; so wäre nicht mehr a c; sondern n c die Entfernung der Kraft, und diese könnte mit der nämlichen Last das Gleichgewicht nicht mehr halten.

Zus. 2. Hat das Seil, das um den Wellbaum geschlagen ist, selbst eine beträchtliche Dicke, so muß man zum Radius der Welle noch die halbe Dicke des Seiles nehmen, um den wahren Abstand der Last zu bekommen.

§. 153.

Zu den Winden gehören a) der gemeine Göppel, z. B. der Getreidzug. b) Die Erdwinde. c) Das horizontale Wasserrad, d) die horizontalen Windflügel, z. B. beym Brattenwender. e) Die Trettscheibe z. B. bey Malzmühlen. f) Der Kreutzhaspel. g) Der Berghaspel. h) Der Radhaspel. i) Das Laufrad.

z. B.

z. B. bey einem Kranich. k) Die vertikalen Wasserräder, sowohl die ober- und unterschlächtigen, von denen an andern Orten das Mehrere vorkommt. l) Der Schneck, oder Kegel an der Uhr.

Was den Schnecken in der Uhr betrift; so wird die an ihm ziehende Kraft des Kettchens immer schwächer, je mehr sich die Feder in ihrem Gehäuse ausdehnt. Es würde also auch die Bewegung der Uhr immer langsamer werden, wenn nicht dieser immer zunehmende Abgang der Kraft auf eine andere Art ersetzt würde. Zu dem Ende ist die Schnecke so ausgearbeitet, daß das Kettchen an demselben in einer beständig veränderten Entfernung von der Achse zieht, die in dem Maaße größer wird, als die Wirkung der Feder abnimmt, so daß auf diese Art, ohnerachtet die Kraft an sich immer schwächer wird, doch das Moment womit sie auf das Räderwerk der Uhr wirket, immer das nämliche bleibt. Bey einer fleißig gearbeiteten Uhr muß also der Schneck genau nach der Feder abgeglichen seyn.

§. 154.

Ein solche Verbindung mehrerer Räder miteinander, daß eines zugleich die andern mit sich umtreibt, heißt ein **Räderwerk**. Z. B. Eine Uhr, ein Brattenwender u. d. gl.

Es können auf zweyerley Art mehrere Räder miteinander verbunden werden, wenn nemlich

lich entweder um die Peripherie der Räder eine schraffe Schnur gelegt wird, wie beym Spinnrad, oder wenn sie an ihrem Umfange Erhöhungen haben, mit denen sie ineinander eingreifen, wie beym Uhrwerk.

§. 155.

Die an einem Rade angebrachten Erhöhungen heissen **Zähne**, wenn sie in der Ebene des Rades liegen. **Kämme** aber heissen sie, wenn sie auf der Ebene des Rades senkrecht stehen, wie dann im ersten Falle das Rad ein Stern- oder **Stirnrad**, im zweyten ein **Kammrad** genannt wird. Ein **Kronrad** ist nichts anders, als ein horizontalliegendes Kammrad.

Insgemein sind bey einem Räderwerk an dem nemlichen Wellbaum zwey Räder befestiget, ein kleineres, und ein größers, wovon jenes das **Getriebe** genannt wird. Anstatt den kleinern Rad werden meistens nur Stäbe, oder **Triebstöcke** an den Umfang des Wellbaumes herumgelegt, welche in das nächste Rad eingreifen, und die Stelle des Getriebes vertretten, wie man es bey jedem Uhrwerk sehen kann.

§. 156.

Satz. Wenn Kraft und Last mittelst eines Räderwerkes miteinander im Gleichgewichte sind; so verhält sich jene zu dieser, wie

das

das Produkt aus den Radien der Getriebe, zum Produkt aus den Radien der Räder.

Es seyen in der 54sten Figur drey Räder, deren Radien A, B, C, und drey Getriebe, deren Radien a, b, c heissen sollen, indem hier der Wellbaum des Rades A die Stelle eines Getriebes versieht.

Man erkennt leicht, daß jedes Rad eine Winde vorstellt, bey welcher der Abstand der Last dem Radius des Getriebes, und der Abstand der Kraft dem Radius des Rades gleich ist.

Es heisse der Widerstand, den das zweyte Rad dem ersten Getriebe thut, und welcher zugleich die Stelle der Last vertritt, x; so ist

$p : x = c : C.$

So stark das Rad dem Getriebe widersteht, eben so stark wirkt dieses in jenes, so das x zugleich die Kraft bedeuten kann, mit welcher das Getrieb in das zweyte Rad wirket. In das Getrieb dieses Rades greift das dritte Rad ein, thut ihm Widerstand, und vertritt die Stelle der Last, welche y heissen soll, und es ist

$x : y = b : B.$

Eben so ist fürs dritte Rad y die Kraft, und $y : q = a : A.$

Man hat also

$p : x = c : C$

$x : y = b : B$

$y : q = a : A.$ Folglich

$p : q = a.b.c : A.B.C$

Bey-

Beysp. Es sey $A = 15$ Zoll, $a = 2$ Zoll
$B = 12$ –, $b = 3$ –
$C = 10$ –, $c = 3$ – so ist
$p : q = 2.3.3 = 15.12.10 = 1 : 100$

Was von den Räderwerken noch zu sagen wäre, wird an einem andern Orte, nemlich in der Maschinenlehre vorkommen.

Von der geneigten Ebene.

§. 157.

Es stelle a c (Fig. 55.) eine geneigte Ebene oder eigentlich den senkrechten Durchschnitt einer geneigten Ebene vor, b c sey horizontal, und a b auf b c senkrecht; so ist a b die Höhe, und b c die Basis der geneigten Ebene.

§. 158.

Ein Körper kann auf einer geneigten Ebene nicht ruhen, sondern muß über dieselbe herabgleiten, wenn er, wie wir hier voraussetzen, keine Reibung leidet (§. 88.) Man kann dieß noch deutlicher einsehen, wenn man sein Gewicht als eine mittlere Kraft betrachtet, und in Seitenkräften auflöset.

Es sey d der Schwerpunkt des auf der geneigten Ebene a c liegenden Körpers, und die senkrechte Linie d e bedeute das Gewicht des

Kör-

Körpers, als die mittlere Kraft; so läßt sich diese allemal in zwey andere Kräfte auflösen, von denen eine in der Richtung d f auf a c senkrecht, die andere in der Richtung d g mit a c parallel wirket. Da nun dieser nichts entgegen stehet; so muß der Körper derselben folgen, und über die geneigte Ebene herabgleiten. Folglich drückt er auf die geneigte Ebene nur mit seinen auf dieser senkrechten Theile seiner Schwere, d. i. nur sofern seine Schwere auf die geneigte Ebene senkrecht ist, und in eben dieser Richtung leistet diese ihren Gegendruck.

Man könnte den Körper leicht auf der geneigten Ebene erhalten, wenn man ihm in der Richtung g d eine Kraft entgegensetzte.

Allein statt diesem sey in d ein Faden festgemacht, an welchem eine Kraft p in einer beliebigen Richtung d p so stark ziehet, daß sie mit dem Körper als einer Last q das Gleichgewicht hält. Wie verhält sich alsdenn p zu q?

§. 159.

Satz. Wenn auf einer geneigten Ebene Kraft, und Last miteinander im Gleichgewicht sind; so verhält sich jene zu dieser, wie der Sinus des Winkels m der geneigten Ebene zum Cosinus des Winkels n, den die Richtung der Kraft mit der geneigten Ebene macht, oder nach der 55sten Figur.

$p : q = \sin. m : \cos. n.$

Nach

Nach den Bestimmungen des vorgehenden §. sind drey nach dp, df, de wirkende Kräfte miteinander im Gleichgewicht, und es ist folglich
p : q = sin. fde : sin. fdp (§. 68. Zus. 1.)

Nun ist wegen Aehnlichkeit der Dreyecke hce, und doh der Winkel fde = m. Also
p : q = sin. m : sin. fdp

Ferner ist sin. fdp = cos. n, weil der Winkel fdp den Winkel n zu 90° ergänzet folglich p : q = sin. m : cos. n.

Beyspiel. Es sey q = 100 ℔. m = 30°, n = 40°; so ist
p = ohngefehr 65 ℔.

Zus. 1. Zieht p aufwärts (Fig. 56.); so ist sin. fdp = sin. fdi, weil fdi der Nebenwinkel von fdp ist. Ferner ist
sin. fdi = cos. n, weil der Winkel fdi den Winkel bey n zu 90° ergänzet. Also ist auch
sin. fdp = cos. n. und es bleibt auch in diesem Falle das vorige Verhältniß.

Zus. 2. Zieht p parallel mit bc; so ist n = m, und p : q = sin. m : cos. m. Folglich
p : q = ab : bc, und
p = ohngefehr 58 ℔. Mithin gewinnt die Kraft.

Zus. 3. Es ziehe p parallel mit ac; so ist n = o, und p : q = sin. m : ces. o = sin. m : sin. tot. Folglich

p : q

$p : q = ab : ac$, und
$p = 50$ ℔, in welchem Falle die Kraft am meisten gewinnt.

Zus. 4. Hieraus ergiebt sich, in welcher Richtung die Arbeiter ihre Kräfte anzuwenden sich befleissen sollen, wenn sie eine Last, z. B. ein Faß über eine geneigte Ebene herab, oder hinauf zu heben haben.

Zus. 5. Es heisse die Kraft, mit der der Körper über die geneigte Ebene in der Linie dg herabzurutschen strebt (Fig. 55.) s, und der Druck den er in der Linie df auf die geneigte Ebene ausübt r; so ist

$q : s = \sin. fdg : \sin. fde$ (§. 68. Zus. 2.), oder
$q : s = \sin. tot. : \sin. m$. Mithin

$$s = \frac{q. \sin. m}{\sin. tot.}.$$

Eben so ist

$q : r = \sin. fdg : \sin. edg$, oder
$q : r = \sin. tot. : \cos. m$. Mithin

$$r = \frac{q. \cos. m}{\sin. tot.}.$$

Zus. 6. Es soll der Körper mit der Hälfte seines Gewichtes auf die geneigte Ebene drücken, und folglich $r = s$ seyn; so ist auch

$$\frac{q.\ \sin.\ m}{\sin.\ tot.} = \frac{q.\ \cos.\ m}{\sin.\ tot.},$$ und

$\sin.\ m = \cos.\ m.$ Folglich $m = 45°.$

Von dem Keil.

§. 160.

Ein Keil ist ein gleichseitiges, und gemeiniglich zugleich auch gleichschenklichtes Prisma b e d, das man braucht, Körper gegeneinander zu pressen, von einander zu spalten, aneinander zu befestigen, oder auf eine kleine Höhe zu erheben. (Fig. 57.)

b d heist die Breite, oder der Kopf, a e die Länge, b e die Seite des Keiles.

§. 161.

In die Spalte m f n (Fig. 58.) des festen Körpers l g h sey der gleichschenklichte Keil a d c von einer auf seinem Rücken a c in senkrechter Richtung b d f wirkenden Kraft p hineingetrieben, so daß a c horizontal, und zugleich parallel mit der Oeffnung m n des Spaltes; so wird m d = n d seyn, und der Widerstand, welchen die Spalten der Kraft p in m, und n thun, werden die Stelle einer Last q vertretten. Weder das Gewicht des Keiles, noch die Friktion der Seiten wird in Betrachtung gezogen.

Aufg.

Aufg. Das Verhältniß zwischen Kraft, und Last p, q, im Stande des Gleichgewichts zu finden.

Da hier der Widerstand in zweyen Stellen m, und n geschieht; so zerlegt sich q in zween Theile. Es sey der Widerstand in m = r, und und der in n = t; so ist q = r + t = 2r = 2t, weil nemlich der Widerstand auf beyden Seiten gleich stark seyn muß.

Eben so zerlegt sich p in zwey gleiche Seitenkräfte x, und y die gegen m, und n hinauswirken, und es ist p = x + y = 2x = 2y.

Die Seite a d verhält sich zum Widerstand, der ihr von m her geschieht, eben so, wie sich die geneigte Ebene a c (Fig. 55.) gegen den auf sie drückenden Körper d verhält, d. i. gleichwie diese ihren Gegendruck auf den Körper d in der auf sie perpendikulären Richtung fd ausübt: so drückt auch die Seite a d (Fig. 58.) auf m in einer auf a d perpendikulären Richtung. Das nämliche gilt von dem Druck der Seite cd gegen n. Wenn demnach mx, und ny auf ad, und cd perpendikulär sind; so stellen diese Linien die Richtungen vor, in welchen die Kräfte x, und y gegen m und n hinausdrücken.

Man verlängere diese Linien rückwärts; so müssen sie die Linie b d im nemlichen Punkt o schneiden, weil die Dreyecke o m d, o n d, welche dadurch entstehen wegen den gleichen Seiten m d, n d,

und den anliegenden gleichen Winkeln ähnlich, und gleich sind.

Folglich kann man o d als die Richtung der mittlern Kraft p ansehen, und es ist

x : p = sin. n o d : sin. m o n (§. 68. Zus. 2.)
oder x : p = sin. m o d : sin. m o n. Es ist aber
m o d + m d o = 90°. Also
sin. mod. = cos. m d o = cos. a d b. Mithin
x : p = cos. a d b : sin. m o n. Ferner ist
m o n + m d n = 180°. Also
sin. m o n = sin. m d n = sin. a d c = sin. 2 a d b.
Mithin x : p = cos. a d b : sin. 2 a d b, und

$$x = \frac{p. \cos. adb}{\sin. 2\,adb}.$$

Es wird aber in der Trigonometrie bewiesen, daß sin 2 a d b = 2 sin. a d b × cos. a d b
Folglich

$$x = \frac{p. \cos. adb}{2 \sin. adb \times \cos. adb} = \frac{p}{2 \sin. adb}.$$

Es ist aber
sin. a d b = cos. b a d. Also

$$x = \frac{p}{2 \cos. bad}.$$

Es seyen ferner m v, n v die Richtungen der Widerstände r, und t; so giebt es für die nach m x, und m v wirkende Kräfte x, und r

eine

eine mittlere Kraft, deren Richtung] etwa m i seyn mag, und es ist

$x : r = \sin. vmi : \sin. xmi$. Folglich

$x = \frac{r. \sin. vmi}{\sin. xmi}$. Mithin

$$\frac{p}{2 \cos. bad} = \frac{r. \sin. vmi}{\sin. xmi}$$

$p. \sin. xmi = r. \sin. vmi. 2 \cos. bad$, und

$p : r = \sin. vmi. 2 \cos. bad : \sin. xmi$

$p : 2r = \sin. vmi. 2 \cos. bad : 2 \sin. xmi$

$p : q = \sin. vmi. \cos. bad : \sin. xmi$

Zus. 1. Gesetzt die Richtungen m v, n v seyen auf a d, c d perpendikulär; so ist $vmi + xmi = 180°$, weil nun m v auf m o fällt. Folglich ist

$\sin. vmi = \sin. xmi$, und

$p : q = \cos. bad : 1 = \cos. bad : \sin. tot.$ oder

$p : q = ab : ad = ac : 2ad$ d. i. die Kraft verhält sich zum Widerstand, wie der Rücken des Keiles zur doppelten Seite.

Dieß Verhältniß hat Borelli in seinen berühmten Werke de motu animalium L. I. cap. XXII. §. 195. angegeben. Es findet statt bey den Gewölbsteinen, welche mit den Seiten aneinander passen, wie auch beym Holzspalten, wenn der Keil gerade so tief steckt, als der Spalt reicht.

Zus. 2. Die mittlere aus den Seitenkräften x, und r, y, und t entspringende und auf den Punkt i zusammentreffende Kräfte z, und w lassen sich wieder als äußere Kräfte, betrachten, aus denen eine neue mittlere Kraft in der Richtung i γ entspringt.

Da nun in dieser Richtung der zu spaltende Körper allemal durch das, worauf er liegt, unterstützt ist; so wird die in der Richtung i γ wirkende Kraft allemal aufgehoben. Man kann also den Punkt i soweit hinausrücken, als man will, und es ist daher erlaubt denselben in unendlicher Entfernung, und folglich die Richtung der Kraft z nach der senkrechten Linie m δ anzunehmen.

Es sey nun dem so, und der Widerstand in m geschehe in der mit a c parallelen Richtung m n; so ist aus v m i der Winkel n m δ = 90° geworden. Folglich sin. v m i = sin, tot. = 1, und aus x m i der Winkel x m δ = m o d = b a d; folglich sin. x m i = sin. b a d geworden. Mithin

p : q = cos. b a d : sin. b a d oder

p : q = ab : bd = a c : 2 b d d. i. die Kraft verhält sich zur Last, wie der Rücken des Keils zu seiner doppelten Länge.

Dieß ist das Verhältniß, welches Mersenne vom Keil angegeben.

Da die Umstände, welche diese Theorie voraussetzt, beym wirklichen Gebrauch des Keiles selten, oder gar nicht statt finden, indem selten der Keil durch Druck, sondern meistens durch

Stoß,

Stoß oder Schlag getrieben wird, auch allemal eine sehr starke Reibung vorhanden ist; so ist es auch nicht wohl möglich das Verhältniß der Kraft zur Last a priori zu bestimmen, und diese Verhältniße taugen nur, verschiedene Keile miteinander zu vergleichen, wie man dann aus denselben sieht, daß ein spitziger Keil mehr vermöge, als ein stumpfer.

Als Keile wirken alle Schneidinstrumente, als das Messer, die Axt, das Stemmeisen, der Hobel, der Meissel, die Sichel, der Bohrer, die Sense, die Nägel, die Nadeln, das Aderlaßeisen, an welchem noch dazu ein Hebel so angebracht ist, daß es eine grössere Geschwindigkeit bekomme. Hieher gehören die Schneid- und Fangzähne der Thiere, und ihre Hörner. Besonders merkwürdig sind die Klauen und Schnäbel derjenigen Vögel, welche vom Raube leben, die sogar als krumgebogne Keile, und folglich mit viel grössern Nachdruck wirken, als wenn sie aus ebenen Flächen bestünden, und also den Raub zu fangen, fest zu halten, und zu zerreissen, viel bessere Dienste zu thun, als diese. Das nemliche gilt auch von den Klauen der Katzen.

Von der Schraube.

§. 162.

Die Schraube ist eine Walze, auf deren Oberfläche eine Hohlkehle schneckenförmig eingeschnitten ist. (Fig. 59.)

Der

Der erhabene Theil m o zwischen zwey Hohlkehlen heist ein Schraubengang, und die Entfernung m n zweyer Schraubengänge heist die Schraubenweite. Mehrere Schraubengänge zusammen machen ein Gewind.

Wenn man um eine Walze e f (Fig. 60.) ein rechtwinklichtes Dreyeck a b c so herumlegt, daß b c auf die Peripherie der Grundfläche der Walze fällt; so bildet a c einen Schraubengang c i d, und c d wird = a b. Werden mehrere solche Dreyecke um die Walze herumlegt; so entstehen mehrere Schraubengänge, und folglich ein Gewind.

Wenn in einem Körper von Holz, Metall, Bein u. d. gl. ein rundes Loch gemacht, und in dieses ein Gewind so eingeschnitten wird, daß das Gewind einer andern Schraube hineinpasset, so heist dieß eine Schraubenmutter, und die hineinpassende Schraube eine Spindel.

§. 163.

Die Gewinde einer Schraube a g seyen aus der geneigten Ebene a b c entstanden (Fig. 61.) so ist b c = der Schraubenweite a e, d f, e i ꝛc. und a b ist gleich dem Umfange der Walze. a d, e f, i r ꝛc. sind parallel mit a c, und die Achse der Walze ist senkrecht auf a b.

Diese Schraube stecke in einer genau passenden Mutter k l, und sey mit einer senkrecht abwärts ziehenden Last q beschwert; so würde, wenn

wenn keine Reibung wäre, sich die Spindel drehen, und sinken, in der Voraussetzung, daß die Mutter gehörig befestiget, und unbeweglich wäre, und man müste, um das drehen der Spindel zu hindern, etwa an der Peripherie derselben bey h g eine Kraft anbringen, die in einer dem Drehen der Spindel entgegengesetzten, und mit der Basis, folglich auch mit a b parallelen Richtung entgegen wirkte.

Nun sey wirklich an der Peripherie der Spindel bey h g eine Kraft p angebracht, die mit der Last q unter den vorigen Voraussetzungen das Gleichgewicht hält. Wie muß sich p zu q verhalten? —

Weil die Spindel überall genau an die Mutter anschließt; so ist klar, daß die Schraubengänge der Mutter von den Schraubengängen der Spindel an allen Stellen gedruckt werden.

Man kann sich also die Last q in n viele Theile zertheilt, und diese auf den in der Mutter steckenden Schraubengängen der Spindel gleichförmig vertheilt vorstellen, so daß jede Stelle der Mutter eine Last $= \frac{1}{n}q$ trägt, die über dieselbe als eine geneigte Ebene herab zu gleiten strebt.

Eben so kann man sich vorstellen, daß die Kraft p in n viele Theile getheilt, und auf den in der Mutter steckenden Schraubengängen der

Spin-

Spindel gleichförmig vertheilt ist, so daß jeder nte Theil von p mit dem nten Theil von q das Gleichgewicht hält, und sich folglich $\frac{1}{n}p : \frac{1}{n}q = p : q$ verhalte.

Es sey nun m eine Stelle der Schraubenmutter, auf welche $\frac{1}{n}q$ in senkrechter Richtung m o, und $\frac{1}{n}p$ in der mit a b parallelen Richtung m n zugleich, und so wirken, daß sie miteinander im Gleichgewichte sind; so lassen sie sich als zwey äussere Kräfte betrachten, aus denen eine mittlere nach der auf $\delta\gamma$ senkrechten Richtung $m\varrho$ wirkende Kraft entspringt, und es ist folglich

$\frac{1}{n}p : \frac{1}{n}q = \sin. om\varrho : \sin. nm\varrho$. Es ist aber

$om\varrho + \varrho mn = omn = 90^\circ$

$\varrho mn + \gamma mn = \varrho m\gamma = 90^\circ$

$om\varrho + \varrho mn = \varrho mn + \gamma mn$. Also

$om\varrho = \gamma mn = cab$ und

$\sin. om\varrho = \sin. cab$. Ferner

$nm\varrho + \varrho mo = nmo = 90^\circ$.

$\varrho mo + \delta mo = \delta m\varrho = 90^\circ$. Also

$nm\varrho + \varrho mo = \varrho mo + \delta mo$

$nm\varrho = \delta mo = acb$.

$\sin. nm\varrho = \sin. acb$

$\frac{1}{n}p : \frac{1}{n}q = \sin. cab : \sin. acb$.

$p : q = \sin. cab : \cos. cab$ d. i.

$p : q = bc : ab = ae : ab$, d. i. die Kraft verhält sich zur Last, wie die Weite zweyer Schraubengänge zum Umfang der Spindel.

§. 164.

Satz. Es seyen die nemlichen Bedingungen, wie im vorigen §, und nehme umgekehrt an, daß sich die Kraft verhalte zur Last, wie die Weite zweyer Schraubengänge zum Umfang der Spindel, oder daß $p : q = ae : ab$; so ist das Gleichgewicht da.

Denn bey dieser Voraussetzung ist

$$\frac{1}{n} p : \frac{1}{n} q = ae : ab = bc : ab$$

$$\frac{1}{n} p : \frac{1}{n} q = \sin. cab : \cos. cab.$$

$$\frac{1}{n} p : \frac{1}{n} q = \sin. cab : \sin. acb$$

$$\frac{1}{n} p : \frac{1}{n} q = \sin. om\varrho : \sin. nm\varrho.$$

Mithin $\frac{1}{n}$ p mit $\frac{1}{n}$ q, folglich auch p mit q im Gleichgewicht.

Zus. 1. Eine Kraft vermag also an einer Schraube um so mehr, je enger die Schraubengänge sind, und je dicker die Spindel ist.

Zus. 2. Bis die Last um die Schraubenweite steigt, muß die Kraft den Umfang a b der Spindel beschreiben. Folglich verhält sich auch Kraft zur Last, wie der Weg der Last zum Weg der Kraft.

Zus. 3. Es bedeute π die Peripherie von Ludolphischen Verhältnisse des Zirkels; so ist a b oder die Peripherie der Spindel $= 2\pi . \beta h$, und wenn man die Schraubenweite $ae = \alpha$ setzt; so ist

$p : q = \alpha : 2\pi . \beta h$, und

$$p = \frac{\alpha . q}{2\pi . \beta h}.$$

Zus. 4. Das Verhältniß des Zus. 2. bleibt auch noch, wenn die Kraft w anstatt am Umfange der Spindel selbst, an einer durch den Kopf derselben gesteckten Stange $w\beta$ in einer mit der Basis a b parallelen Richtung zieht. Denn in diesem Falle ist die zuvor in h applizirte Kraft p für den Hebel $w\beta$ die Last, und es ist

$w : p = \beta h : w\beta$. Folglich

$$p = \frac{w . w\beta}{\beta h}, \text{ und (Zus. 3.)}$$

$$\frac{w . w\beta}{\beta h} = \frac{\alpha . q}{2\pi . \beta h}$$

$w . w\beta . 2\pi . \beta h = \alpha . q . \beta h$. Folglich

$w : q = \alpha : 2\pi . w\beta$.

§. 165.

Wenn das Gewind einer Schraube in ein Rad eingreift, (Fig. 62.); so heißt sie eine Schrau-

Schraube ohne Ende, weil sie ohne Ende fort umgetrieben werden kann.

Aufg. Das Verhältniß der Kraft p zu finden, welche mit q das Gleichgewicht hält.

Es sey die Schraubenweite $= \alpha$, und der Widerstand, den das Rad dem Gewinde thut, $= y$; so ist

$p : y = \alpha : 2\pi . ab$ (§. 164. Zus. 4.), und

$$y = \frac{p . 2\pi . ab}{\alpha}$$

Ferner ist, wenn r, und ϱ die Radien der Welle, und des Rades bedeuten,

$y : q = r : \varrho$, und

$y = \frac{q . r}{\varrho}$. Folglich

$\frac{p . 2\pi . ab}{\alpha} = \frac{q . r}{\varrho}$. Woraus sich

$p : q = \alpha . r : 2\pi . ab . \varrho$ ergiebt.

§. 166.

Je nachdem die Schraube zu verschiedenen Gebrauch bestimmt ist, macht man ihre Gewinde bald winklicht, bald viereckicht.

Ueberhaupt bedient man sich der Schraube mit Vortheil, 1) etwas zu befestigen, 2) etwas zusammenzupressen, 3) etwas in die Höhe zu heben.

Die

Die Schraube ohne Ende thut sehr gute Dienste in jenen Fällen, wo man eine sehr kleine Bewegung hervorbringen will, z. B. an dem Meßtische, an Mikroscopien, an astronomischen Instrumenten, an Sackuhren, am Violon u. d. gl.

Die Hydrostatik,

oder

die Wissenschaft vom Gleichgewichte tropfbarer, flüssiger Körper.

§. 167.

Flüssig heist ein Körper wenn seine Theile sich von jeder noch so geringen Kraft aneinander verschieben lassen.

Zus. Flüssige Körper thun also dem Verschieben ihrer Theile aneinander keinen Widerstand, d. i. ihre Theile leiden keine Reibung aneinander.

§. 168.

Einige flüssige Körper sind so beschaffen, daß sie, in sehr kleinen Portionen genommen, sich

sich von selbst in einen allenthalben begränzten Raum von einer gewissen Gestalt, nemlich als kleine Kügelchen darstellen, d. i. Tropfen bilden. Z. B. Wasser. Andere hingegen stellen sich von selbst niemals in einem solchen Raume dar, nehmen keine bestimmte Figur an, sondern dehnen sich nach allen Seiten aus, z. B. Luft, Dünste u. d. gl.

Daher heißt man jene **tropfbare**, diese hingegen **ausdehnbare** Flüssigkeiten.

Weil das Wasser der allgemeinste unter allen tropfbaren flüssigen Körpern ist, und mit demselben auch die Versuche meistens angestellt werden; so hat man die Wissenschaft vom Gleichgewicht flüssiger tropfbarer Körper **Hydrostatik** d. i. Wissenschaft vom Gleichgewicht des Wassers genannt.

§. 169.

Satz. Ein tropfbarer flüssiger Körper kann in einem Gefässe nicht ruhen, wenn er nicht eine vollkommene wagrechte Oberfläche hat.

Denn gesetzt die Theile des Pultes, und des daraufliegenden Buches, die Theilchen eines in einem Häufgen beysammen liegenden Pulvers leiden auf einmal keine Reibung mehr; so müste sogleich das Buch über das Pult, und die Theilchen des Pulvers übereinander herabrutschen, solange bis jedes von ihnen den möglich nie-

drigsten Ort einnimmt, und auf ihrer Oberfläche keines mehr höher liegt, als das andere, es mag übrigens ihr Zusammenhang so schwach, oder stark seyn, als er will, weil hiebey keine Trennung, sondern nur eine Verschiebung geschieht.

Nun leiden die Theile flüssiger Körper wirklich gar keine Reibung untereinander.

Also können sie auch nicht in Ruhe seyn, solange auf ihrer Oberfläche eines höher liegt, als das andere, d. i. solange sie nicht eine vollkommen wagrechte Oberfläche haben.

§. 170.

Satz. Flüssige Körper, als solche, haben absolute Dichtigkeit.

Es sey ein Gefäß mit festen Körperchen, z. B. mit Erbsen angefüllt; so müssen, obgleich die untern von den daraufliegenden gedrückt werden, dennoch zwischen denselben leere Räumchen bleiben, weil sich ihre Theilchen aneinander nicht verschieben lassen.

Gesetzt nun die Erbsen werden flüssig; so werden ihre Theilchen theils durch ihr eigenes, theils durch das Gewicht der daraufliegenden aneinander wirklich verschoben, sie weichen überall, wohin sie nur können, d. i. wo noch ein leeres Räumchen ist, aus, die leeren Räumchen verschwinden, die Oberfläche sinkt ein, und der darunter befindliche flüssige Körper nimmt seinen

Raum völlig ein, d. i. hat absolute Dichtigkeit. (§. 16.)

Zus. Also fangt bey flüssigen Körpern überall ein Theil unmittelbar an, wo der andere aufhört, d. i. er ist ein stettig zusammenhangendes Ding, ein Continuum.

§. 171.

Satz. Jedes Theilchen eines flüssigen Körpers, das man sich in demselben vorstellt, drückt im Stande des Gleichgewichts, oder der Ruhe nach allen Seiten gleich stark.

Denn da die flüssigen Körper absolute Dichtigkeit haben, und stettig zusammenhangende Dinge sind (§. 170), und es folglich in ihnen kein leeres Zwischenräumchen geben kann; so muß ein jedes Theilchen nach allen Seiten hin, wo ein leeres Zwischenräumchen möglich ist, d. i. überall hin drücken. Und da vorausgesetzt wird, daß sie miteinander in Ruhe sind; so muß eben darum dieser Druck nach allen Seiten hin überall gleich stark seyn.

§. 172.

Satz. Der Druck, den flüssige Körper in jeder Stelle nach allen Seiten hin gleich stark ausüben, steht mit der Höhe der darüber stehenden Flüssigkeit im geraden Verhältnisse.

Was den Druck nach unten betrift, leidet der Satz keinen Anstand.

Da nun der Druck nach den übrigen Seiten hin eben so stark als nach unten ist (§. 171.) so muß auch jener mit der Höhe der darüber stehenden Flüssigkeit im geraden Verhältnisse stehen.

Zus. 1. In einer wagrechten Schichte sind demnach die Drückungen, welche die Theilchen derselben ausüben, alle einander gleich.

Zus. 2. Dämmen, und Wasserbehältern u. d. gl. muß man vorzüglich nach unten zu besondere Stärke geben.

§. 173.

Satz. Ein jeder Theil eines flüssigen Körpers drückt auf das, was ihn unterstützt, für sich allein, ohne daß auch die darneben sich befindende darauf einen Druck ausüben.

Der Boden b e (Fig. 63.) sey bey e erhaben, und a r s d sey ein Stük Eis; so ist klar, daß dieß von e ganz getragen werden müsse.

Gesetzt nun das Eis schmelze, und werde zu Wasser; so können die Theile a r i g, h k s d, da sie keine Reibung mehr leiden, ihrer Schwere ungehindert folgen, müssen die Räume r b m i, k n c s völlig ausfüllen, und der erhabne Theil e darf folglich nur mehr den un-

unmittelbar darüber stehenden Theil gikh des Wassers tragen.

Folglich drückt jeder Theil eines flüssigen Körpers auf das, was ihn unterstützt, für sich ganz allein, unabhängig von den andern.

Zus. Diese Eigenschaft macht, daß sich die flüssigen Körper auch in Ansehung ihres Stoßes von den festen wesentlich nnterscheiden. Ein Stück Eis, daß einem auf den Kopf fällt, wirkt mit seiner ganzen Gewalt auf die Stelle, die es trift, nnd kann einen todt schlagen. Eine eben so schwere Wassermasse aber vertheilt sich mit seiner Gewalt auf mehrere Stellen, und jede derselben hat nur den Stoß derjenigen Wassersäule auszuhalten, die sie unmittelbar trift. Die schwersten Regentropfen, fallen ohne Schaden auf die zärtesten Pflanzen, und Gewächse herab, aber als Hagelschlossen würden sie alles verderben. Der Schnee, solange er weich und stark mit Wasser durchdrungen ist, thut den Dächern nicht leicht einen Schaden, weil sein Druck auf dem Dache gleichförmig vertheilt ist. Wenn er aber zu einen festen Körper zusammgefriert, zerdrückt er die Ziegeln.

§. 173.

Ein Gefäß, das nach obenzu enger wird, heist ein konvergirendes, hfcd, das nach oben zu weiter wird, ein divergirendes, afcd

 das

das auf und auf gleich weit ist, ein gleichförmiges, efcd. (Fig. 64.)

§. 175.

Satz. Wenn die drey Gefässe des vorigen §. gleiche Böden haben, und das Wasser in denselben gleich hoch steht; so ist auch der Druck auf den Boden überall gleich stark.

Man stelle sich in der Wassermenge abcd (Fig. 64.) zwo Säulen vor, abfe, efcd, die miteinander im Gleichgewicht stehen; so ist aus (§. 173.) klar, daß der Theil fc des Bodens nur den Druck der Wassersäule efcd auszustehen habe, gerade als wenn efcd ein gleichförmiges senkrechtes Gefäß wäre.

In der andern Wassersäule sey die schiefe Linie af, und die in dieser liegende Wassertheilchen werden auf einmal fest; so kann dieß in dem Druck des in afe befindlichen Wassers wirklich gar keine Aenderung nach sich ziehen, indem die feste Fläche af die Stelle des des Wassers abf vertritt.

Folglich drückt das Wasser afe auf die Wassersäule efcd, und diese auf den Boden fc itzt eben so stark, wie zuvor.

Nun ist afcd ein divergirendes Gefäß, das mit den gleichförmigen efcd gleichen Boden und gleiche Wasserhöhe hat.

Also gilt der Satz vom gleichförmigen, und divergirenden Gefässe.

Eben

Eben so könnten die in der schiefen Linie fh liegende Wassertheilchen zu einer festen Fläche zusammenwachsen, ohne daß dieß in dem Drucke, den der Boden fc leidet, eine Aenderung hervorbrächte, weil die Fläche fh durch ihren Widerstand die Stelle des Wassers efh vertretten würde.

Folglich drückt das Wasser hfcd auf fc eben so stark, als das Wasser efcd.

Nun ist hfcd ein konvergirendes Gefäß.

Also gilt der Satz auch vom konvergirenden, und gleichförmigen Gefäß: folglich auch vom konvergirenden, und divergirenden: mithin von allen dreyen.

Zus. Der Druck, den flüssige Körper auf die Böden der Gefässe ausüben, steht also überhaupt genommen, nicht mit der Menge des Flüssigen im Verhältnisse.

§. 176.

Satz. Der Druck, den flüssige Körper auf den horizontalen Boden der Gefäße ausüben, verhält sich wie das Produkt aus der Grösse des Bodens, und der Höhe des Wassers über demselben.

Da der Druck auf den Boden in den drey verschiedenen Arten von Gefässen gleich stark ist, ohnerachtet sie verschiedene Mengen des Flüssigen enthalten (§. 175.); so muß er mit solchen Dingen

gen

gen im Verhältnisse stehen, die in allen drey Gefässen gleich sind.

Nun sind in diesen nur die Böden, und die Höhen des Wassers über denselben gleich.

Also muß er mit diesen im Verhältnisse, und zwar, wie es von selbst einleuchtet, im geraden Verhältnisse stehen.

Also verhält er sich wie das Produkt ꝛc.

Zus. 1. Es bedeute a die Höhe des Flüssigen, b den Boden des Gefässes, p den Druck auf denselben; so ist $p = b.a$, und wenn A, B, P die nemlichen Stücke für ein anders Gefäß bedeuten; so ist ebenfalls $P = B.A$ und
$p : P = b.a : B.A$

Beyspiel. Es sey $a = 3$ Fuß
$A = 6$ –
$b = 4$ □ Fuß,
$B = 5$ – –; so ist
$p : P = 4.3 : 5.6 = 2 : 5.$

Zus. 2. In dem bouteillenförmigen Gefässe abcdefgh (Fig. 65.) leidet also der Boden einen Druck, der dem Gewichte der Wassersäule m d e n gleich ist. Daher pflegt man den Boden dieser Gefässe wie mit einem Zapfen einwärts zu biegen. Denn dieß macht, daß alle Säulen des flüssigen Körpers auf einer geneigten Ebene stehen, mithin auf demselben nur mit einem Theile ihres Gewichts drücken (§. 158.)

Zus.

Zus. 3. Ueberhaupt kann man auch sagen, der Druck, den flüssige Körper auf den horizontalen Boden der Gefässe ausüben, sey gleich dem Druck einer senkrechten Wassersäule, deren Grundfläche dem Boden des Gefässes, und deren Höhe der Höhe des Wassers über den Boden des Gefässes gleich ist.

Zus. 4. Was vom horizontalen Boden eines Gefässes gilt, gilt von jeder Fläche, welche auf was immer für eine Art die Stelle eines Bodens vertritt. Z. B. wenn in der 72sten Fig. m n o p ein ins Wasser versenkter Körper ist, so ist die untere Fläche n o in Ansehung des darunter befindlichen Wassers ein Boden, und der Druck den dieses von unten herauf darauf ausübt, (§. 171.), ist gleich dem Druck einer Wassersäule q n o r, wenn nemlich e q r b die Oberfläche des Wassers ist. Eben so ist der Druck auf m p abwärts gleich dem Druck der Wassersäule q m p r.

§. 177.

Aus dem Verhältnisse des Drucks auf den Boden ist es leicht

Aufg. Die größe des Druckes zu finden, den ein flüssiger Körper auf den horizontalen Boden eines Gefässes ausübt.

Man

Man multiplizire die Grösse des Bodens mit der Höhe des Flüssigen über demselben, und dieses Produkt multiplizire man wiederum mit dem Gewichte eines Kubikfusses, oder Kubikzolles eben dieses Flüssigen, je nachdem nemlich das erste Produkt Kubikfuß, oder Kubikzoll bedeutet. (§. 176. Z. 3.)

Es sey in einem Gefässe Wasser enthalten. Der Boden des Gefässes habe 5 fr. □ Fuß. Die Höhe des Wassers über demselben sey = 6 fr. Fuß; so zeigt das Produkt dieser Zahlen an, daß der Druck des Wassers auf den Boden in Ansehung seiner Grösse sich verhalte, wie das Gewicht einer Wassersäule von 30 Kubikfuß. (§. 176.). Will man also den Druck selbst finden; so muß das Produkt 30 mit der Zahl 70, als dem Gewichte eines fr. Kubikfuß Wasser (§ 34.) multiplizirt werden, wodurch man 5100 fr. Pfunde, als die Grösse des Druckes auf den Boden erhält.

Zus. Es heisse die Grösse des Druckes g, das Gewicht eines Kubikfuß Wasser r, so ist g = a. b. r. Mithin

$$a = \frac{g}{b.\,r}$$

$$b = \frac{g}{a.\,r}$$

$$r = \frac{g}{a.\,b}$$

§. 178

§. 178.

In dem senkrechten Gefässe r a p q (Fig. 66.) steht das Wasser bis f t, und d a p m sey ein unter dem Wasser stehender Seitentheil des Gefässes, so daß d m parallel mit a p.

Aufg. Das Verhältniß des Druckes zu finden, den das Wasser auf diesen Seitentheil ausübt.

Man theile d a in n viele gleiche Theile, so daß $dg = gh = hl$ u. s. w. $= \frac{1}{n}\, da$ werde.

Durch die Theilungspunkte ziehe man g o, h b, l c u. s. f. parallel mit d m und a p; so bekommt man lauter gleiche Rechtecke d g o m, g h b o u. s. f. die alle $= \frac{1}{n}\, da.\, ap$ sind, und α heissen sollen.

Nimmt man nun zur Bestimmung des Druckes auf d o die Linie f g als die Höhe, so ist offenbar

der Druck auf $do < \alpha.\, fg$. Eben so ist
— — — $gb < \alpha.\, fh$
— — — $hc < \alpha.\, fl$
— — — $lp < \alpha.\, fa$. u. s. w. Mithin ist der
Druck auf $dp < \alpha.fg + \alpha.\, fh + \alpha.\, fl + \alpha.\, fa$
— — $< \alpha.(fg + fh + fl + fa)$
— — $< \alpha.(fa + fg)\, \frac{1}{2}\, n$
— — $< \alpha.\, n.\, \frac{1}{2}\,(fa + fd + dg)$
— — $< \alpha.\, n\, \frac{1}{2}\,(fd + da + fd + dg)$
— — $< \alpha.\, n.\,(fd + \frac{1}{2}\, da + \frac{1}{2}\, dg)$

Hin-

Hingegen ist

der Druck auf $do > \alpha . fd$

— — $gb > \alpha . fg$

— — $hc > \alpha . fh$

— — $lp > \alpha . fl$ u. s. w. Mithin ist auch der

Druck auf $dp > \alpha . fd + \alpha . fg + \alpha . fh + \alpha . fl$

— — $> \alpha . (fd + fg + fh + fl)$

— — $> \alpha . (fl + fd) \frac{1}{2} n$

— — $> \alpha . n . \frac{1}{2} (fa - la + fd)$

— — $> \alpha . n \frac{1}{2} (fd + da - la + fd)$

— — $> \alpha . n . \frac{1}{2} (fd + da - dg + fd)$

— — $> \alpha . n . (fd + \frac{1}{2} da - \frac{1}{2} dg)$

Folglich sind $\alpha . n . (fd + \frac{1}{2} da + \frac{1}{2} dg)$ und

— — $\alpha . n . (fd + \frac{1}{2} da - \frac{1}{2} dg)$ die Grenzen zwischen denen der Druck auf dp enthalten ist, und die sich einander um so mehr nähern, je grösser n angenommen, und folglich je kleiner dg wird.

Es werde nun $n = \infty$; so wird $dg = \frac{1}{\infty} da$ $\frac{1}{2} dg = \frac{1}{2\infty} da$, und $\alpha = \frac{1}{\infty} da . ap$. Dieß substituirt; so sind $\frac{1}{\infty} da . ap . \infty (fd + \frac{1}{2} da + \frac{1}{2\infty} da) = da . ap (fd + \frac{1}{2} da + \frac{1}{2\infty} da)$, und $\frac{1}{\infty} da . ap . \infty (fd + \frac{1}{2} da - \frac{1}{2\infty} da) = da . ap . (fd + \frac{1}{2} da - \frac{1}{2\infty} da)$ die Grenzen zwischen die der Druck auf dp hinfällt.

Nun sind diese beyde $= da . ap (fd + \frac{1}{2} da)$.

Also ist eben dieß das Verhältniß des Drucks den der gegebene Seitentheil leidet.

Also verhält sich der Druck, den das Wasser auf einen gegebenen, senkrechten Seitentheil ausübt, wie das Produkt aus der Grösse des

gege-

gegebenen Seitentheiles in die Höhe des Wassers über den Mittelpunkt desselben.

Zus. 1. Mithin ist die Grösse des Druckes auf d p = d a. a p. (f d + $\frac{1}{2}$ d a). r (§. 177.).

Man stelle sich d p als die Docke eines Weyhers vor, durch welche das Wasser abgelassen werden kann. Ihre Breite a p sey = 1 Fuß. Die Höhe d a = 2 Fuß, mithin $\frac{1}{2}$ d a = 1 Fuß, die Höhe des Wassers über der Docke, nemlich f d = 7 Fuß; so ist die Grösse des Druckes auf die Docke = 2. 1 (7 + 1). 70 = 2. 8. 70 = 1120 Pf.

Zus. 2. Gesetzt es werde d a = f a; so ist $\frac{1}{2}$ d a = $\frac{1}{2}$ f a, und f d = 0. Folglich der Druck auf die ganze Seite, so weit sie nemlich unter dem Wasser steht, = f a. a p. $\frac{1}{2}$ f a. r = $\frac{1}{2}$ r. a p. f a².

Es bedeute f a p t das Schutzbrett, oder die Schütze einer Mühle. Die Breite a p sey = 4 Fuß, die Höhe des Wassers vor derselben = 3 Fuß; so ist der Druck, den das Wasser auf selbe ausübt = $\frac{1}{2}$. 70. 4. 3. 3 = 1260 Pf.

Stünde das Wasser nur bis d m; so wäre der Druck auf die ganze Seite, so weit sie nemlich unter Wasser steht, = $\frac{1}{2}$ r. a p. d a².

Es heisse dieser Druck π und der vorige, wo das Wasser bis f t gestanden, sey = p; so ist p : π = $\frac{1}{2}$ r. a p. f a² : $\frac{1}{2}$ r. a p. d a² = f a² : d a² d. i. die Drückungen welche die Seite eines

Ge-

Gefässes bey verschiedenen Wasserhöhen auszustehen hat, verhalten sich wie die Quadrate dieser Höhen. Z. B. vor einem Damm stehe das Wasser einmal 10 Fuß hoch, und ein andermal 16 Fuß hoch; so ist der erste Druck zum zweyten wie $10 \times 10 : 16 \times 16 = 100 : 256$. Vor der Thür einer Schleusse werde das Wasser 4 Fuß, und von der einer andern 8 Fuß hoch gehalten; so hat diese einen viermal so grossen Druck auszuhalten, als jene..

Obgleich der Druck, den eine Erdmasse gegen eine hölzerne oder gemauerte Wand, von der sie gehalten wird, ausübt, eigentlich nicht hieher in die Hydrostatik gehört; so wird man doch seiner Zeit in der Bauknnst sehen, daß das, was hier vom Drucke des Wassers auf die Seiten eines Gefässes gesagt worden, sich dort auf den Druck gegen einen solchen Vorbau sehr gut anwenden lasse, und man kann hier vorläufig merken, daß der Drang einer durch einen Vorbau zuhaltenden Erdmasse ebenfalls wie das Quadrat der Höhe zunehme.

§. 179.

Wenn zwey Gefässe so miteinander verbunden sind, daß das Wasser aus einem in das andere ungehindert hinüber tretten kann; so nennt man sie **kommunizirende Gefässe**.

§. 180.

Satz. Wenn in kommunizirenden Gefässen das Wasser gleich hoch steht; so ist es in Ruhe.

Es sey das Gefäß h g c t (Fig. 67.) durch die Scheidewand e d in zwey Gefässe h g a e, e a c t getheilt, doch so, daß durch die Oeffnung, d a das Wasser ungehindert von einem in das andere tretten kann.

Wenn nun in beyden das Wasser in der wagrechten Ebene i o steht, und der offene Seitentheil d a der Scheidewand e d mit b ausgedrückt wird; so ist der Druck, den das Wasser ausübt, um aus e a c t in e a g h hinüber zu tretten, = b. (f d + $\frac{1}{2}$ d a). r (§. 178. Zus. 1.)

Aber eben so groß ist das Bestreben aus h g a e in e a c t hinüber zu tretten.

Also sind die Drückungen, die das Wasser an der Oeffnung d a in entgegengesetzten Richtungen ausübt, einander gleich.

Folglich heben sie sich einander auf, und alles ist in Ruhe.

§. 181.

Satz. Wenn das Wasser in kommunizirenden Gefässen nicht gleich hoch steht; so ist es nicht in Ruhe.

Denn es stehe in einem Gefässe bis e t, und im andern bis i f; so sind die Drückungen welche das Wasser bey der Oeffnung d a nach entgegengesetzten Richtungen ausübt

b.

b. (e d + $\frac{1}{2}$ d a). r und b. (f d + $\frac{1}{2}$ d a). r

Da nun b. (e d + $\frac{1}{2}$ d a). r > b. (f d + $\frac{1}{2}$ a d). r so kann auch kein Gleichgewicht seyn, sondern das Wasser muß aus e a c t in e a g h solange tretten, bis diese Ausdrücke, und folglich auch die Wasserhöhen einander gleich sind.

§. 182.

Wären die Gefässe nicht so unmittelbar, sondern mittels einer Kommunikationsröhre e h miteinander verbunden (Fig. 68.); so bliebe doch die Richtigkeit der vorigen zween Sätze, indem man sich nur in der Kommunikationsröhre einen Boden d a vorstellen darf; denn man sieht sogleich, daß der Druck auf denselben von beyden entgegengesetzten Seiten her = b. (f d + $\frac{1}{2}$ d a). r sey.

Wären die Gefässe nicht gleichförmig; sondern divergirend, oder konvergirend, wie c o e m l h i k; so würde dieß in Betreff des Druckes auf d a wieder keine Bedeutnng haben; denn er würde noch von beyden Seiten her = b. (f d + $\frac{1}{2}$ d a). r, und folglich das Wasser bey überall gleicher Höhe in Ruhe seyn.

Ja diese erwiesenen Sätze gelten noch, wenn auch die Gefässe eine geneigte Lage haben sollten, wie l h i s.

Sie sind also allgemein wahr, die Gefässe mögen eine Gestalt, oder Lage haben, welche sie wollen.

§. 183.

Wie kann aber das wenige Wasser in c e das Gleichgewicht halten mit dem weit mehrern in q i? – Gesetzt die Gefässe seyen Röhren, und der Durchmesser h r sey dreymal so groß, als n e; so ist in q r 9 mal soviel Wasser, als in c e.

Da sich der ganze Druck, des Wassers c e durch die Kommunikationsröhre auf jeden der neun Theile der Durchschnittsfläche der grossen Röhre fortpflanzt (NB. nicht unter dieselben vertheilt); so wird jeder derselben so stark aufwärts gedrückt, als die Wassersäule c e abwärts drückt.

Mithin erfodert das in der Durchschnittsfläche h r liegende Wasser, damit es nicht steige eine 9mal so grosse Wassersäule, als c e ist.

Mithin gerade die Wassersäule q h r g.

§. 184.

Auf den §. 180, 181 angeführten Eigenschaften der flüssigen Körper beruhen sowohl künstliche, als natürliche Wasserleitungen. Denn wenn sich auf einem Berge ein Teich, oder sonst auf einem erhabnen Orte ein Wasserbehälter befindet; so darf man nur Leitungsröhren an demselben anbringen, selbe über den Berg herab, auf der Ebene, soweit man will, fort, wieder auf ein Haus hinauf führen, und die Oeffnung-

en

en derselben an verschiedenen Orten vertheilen; so muß überall das Wasser herauslaufen, wenn anders diese Orte nicht höher, als der Teich, oder Wasserbehälter liegen. Ja das Wasser kann sogar über Berge fortgeleitet werden, wenn diese nicht so hoch als der Teich, oder Wasserbehälter sind.

Mittels unterirdischer Kanäle können oft viele hundeet Meilen weit voneinander entlegene Orte in Kommunikation stehen. Als den 1ten Nov. 1755 Lissabon durch ein Erdbeben zu Grunde gieng, sind verschiedene Seen des festen Landes, besonders der Genfer, Zürcher und Neuburgersee in der Schweiz um ein merkliches angeschwollen.

Wenn die Flüsse austretten; so können sich unterirdische Kanäle mit Wasser füllen, und dieses unter der Erde fort etwa bis zu einem Keller hinführen. Daher kann es in manchen Kellern in gewissen Zeiten Wasser geben.

Die Nivellirwage in der praktischen Geometrie bestehet aus zwey senkrecht auf der Kommunikationsröhre stehenden Röhren, die in gleiche Theile getheilt sind.

§. 185.

Wenn man das kommunizirende Gefäß a b e d bis zur wagrechten Ebene b c d mit Wasser füllt; so bleibt dieß mit sich selbst im Gleichgewicht, ohne daß über c d etwas hinaus-

auslaufen kann. Wird aber in der engern Röhre noch etwas hinzugegossen; so geht es bey c d über, wenn nicht ein Deckel angebracht ist, der aber alsdenn in die Höhe gedrückt wird, und zwar desto stärker, je höher das Wasser über b steht.

Gesetzt a b sey = 36 Zoll, c e d sey eine Röhre, deren Durchmesser c d = 6 Zoll; so ist die Zirkelfläche = 28 $\frac{13}{50}$ □ Zoll, und der Druck, den der Deckel vom Wasser, wenn es bis a steht, leidet, ist gleich dem Druck einer Wassersäule von 36×28 $\frac{13}{50}$ oder 1017, 36 Kubikzoll.

Da nun der Kubikfuß oder 1728 Kubikzoll Wasser 70 Pf. wiegen (§. 34.): so wiegt diese Wassersäule 41 ℔., 3 Unz., 3 Qt. 13 Gr., welches der Druck ist, den das Wasser auf das, was die Stelle des Deckels vertritt, ausübt.

Fr. v. Wolf bediente sich eines solchen Gefässes bey Untersuchung der Blasen der Thiere und Menschen, wo er die merkwürdige Eigenschaft derselben entdeckte, daß sie das Wasser nur von der äussern, nicht aber von der innern Seite durchlassen. Auch wurden durch den starken und gleichförmigen Druck die feinsten Aederchen und Gefässe so auseinander getrieben, daß er mittels eines feinen Einschnittes die ganze Blasen in zwey sehr dünne Blättchen theilen, und das obere von dem untern herabziehen konnte. Daher hat er diesem Gefäß den Namen: anatomischer Heber gegeben, und dasselbe unter die-

sem Namen 1709 einigen seiner Freunde bekannt gemacht.

Zus. 1. Man stelle sich c d als ein Grundwerk eines nahe an einem Wasser stehenden Gebäudes vor, unter welches sich dieses durch unterirdische kleine Kanäle hineinziehen kann; so muß es davon gleich der über den anatomischen Heber gespannten Blase in die Höhe gedrückt werden, und zwar um so stärker, je höher die Oberfläche des Gewässers über die Grundfläche des Gebäudes liegt. Gesetzt die Höhe der freyen Oberfläche des Wassers über der Grundfläche des Gebäudes sey = 16 Fuß, und die Grundfläche habe 1000 Quadratfuß; so ist die Kraft, mit welcher das Gebäude vom darunter stehenden Wasser in die Höhe gedrückt wird, gleich dem Gewichte einer Wassermasse von 16000 Kubikfuß = 16000 X 70 = 1120000 Pf. Es ist zwar dieser Druck nicht im Stande ein steinernes Grundgebäude, als welches aus einem wenigst $2\frac{1}{2}$mal so schweren Material besteht, umzustürzen. Indessen ist er doch der Festigkeit desselben sehr nachtheilig, und kann, besonders bey hohen Wassergüssen, und etwa hinzukommenden Eisstosse dasselbe bald baufällig machen. Es ist also höchst nothwendig, wenn man nahe am Wasser, oder gar in dasselbe hineinbaut, mit aller Sorgfalt zu verhindern, daß sich dieses nicht unter das Gemauer hineinziehen könne.

Zus. 2.

Zus. 2. Bey den Wasserkünsten, wo das Wasser durch Druckwerke in die Höhe gehoben wird, wird es aus einer weiten Röhre, dem sogenannten Stiefel, in eine enge Röhre, die Steigröhre nemlich, hinüber, und in dieser auf eine gewisse Höhe getrieben. Obgleich der Durchmesser dieser Röhre viel kleiner ist, als der Durchmesser des Stiefels; so muß doch der Druck aus der Höhe, und der Durchschnittsfläche, nicht der Steigröhre, sondern des Stiefels berechnet, und der Antrag dahin gemacht werden, als wenn wirklich eine Wassersäule von der Dicke des Stiefels in die Höhe gehoben werden müste.

§. 186.

Satz. Wenn in zwey kommunizirenden Gefässen zwo Flüssigkeiten von verschiedener Art, z. B. Quecksilber und Wasser miteinander im Gleichgewicht sind; so verhalten sich ihre Höhen umgekehrt, wie ihre respektiven Gewichte, die sie im nemlichen Raumesinhalt, z. B. eines Kubikzolls haben.

Es seyen g a, und c m (Fig. 70) zwo auf der horizontalen Kommunikationsröhre d x i h senkrecht stehende Röhren, in deren einer das Quecksilber bis e, in der andern das Wasser bis f stehet; so sind e d, und f h eigentlich die Höhen dieser Flüssigkeiten, weil das, was in

$dxih$ enthalten ist, mit sich selbst im Gleichgewicht ist.

Wenn nun r, und ϱ die respektiven Gewichte des Wassers, und des Quecksilbers im nemlichen Raumesinhalt bedeuten; so ist der Druck, den dieses auf die horizontale Schichte $d\,a$ ausübt $= d\,a.\,d\,e.\,\varrho$, und der Druck, den das Wasser auf eben diese Schichte äussert, $= f\,h.\,d\,a.\,r$

Mithin ist, weil beide Flüssigkeiten im Gleichgewicht sind,

$$d\,a.\,a\,d.\,\varrho = f\,h.\,d\,a.\,r$$

$$d\,e.\,\varrho = f\,h.\,r$$

$$d\,e : f\,h = r : \varrho.$$

Zus. Folglich auch $d\,e : f\,h = d : D$ wenn d und D Dichtigkeit des Wassers und Quecksilbers bedeuten. (§. 32. Zus. 2.)

§. 187.

Satz. Auch umgekehrt ist der Satz des vorigen §. wahr.

Denn wenn $d\,e : f\,h = r : \varrho$; so ist

$$d\,e.\,\varrho = f\,h.\,r$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad} .\,d\,a$$

$d\,a.\,d\,e.\,\varrho = d\,a.\,f\,h.\,r$ folglich das Gleichgewicht.

Zus. Mithin hält eine 27 Zoll hohe Quecksilbersäule das Gleichgewicht mit einer 30,528

Fuß

Fuß hohen Wassersäule. Denn es ist im Stande des Gleichgewichts.

27 Zoll : f h = 70 ℔ : 949 ℔, 12 Unz., 2 Quint. 13 Gr. oder 2,25 Fuß : f h = 70 ℔ : 949,76 ℔. Mithin f h = 30, 528 . . . Fuß.

Zus. 2. Gesetzt e a sey eine 30,528 Fuß hohe Wassersäule, mit welcher in der andern Röhre eine 841,5mal dünnere, folglich eben so vielmal leichtere Materie das Gleichgewicht hält; so ist 30,528 : f h = 1 : 841,5. Mithin f h = 30,528 × 841,5 = 25689,312 Fuß.

Wäre e a eine 27 Zoll hohe Quecksilbersäule; so würde diese ebenfalls mit der 25689,312 Fuß hohen Materie das Gleichgewicht halten.

§. 188.

Aufg. Wenn ein cylinderförmiges Gefäß a b c d (Fig. 71.) gegen den Horizont geneigt ist, den Druck p zu finden, den das Wasser auf den Boden c d, der auf die Achse des Gefässes senkrecht ist, ausübt.

Es bedeute r das respektive Gewicht des Wassers; so ist das Gewicht der ganzen Wassermasse = c d. b c. r, und dieses ist als eine Last anzusehen, mit welcher der Boden c d als eine mit b c parallel wirkende Kraft p das Gleichgewicht hält. Nun ist (§. 159. Zus. 3.) p : c d. b c. r = b e : b c. Folglich

p =

$$p = \frac{c\,d.\,b\,c.\,b\,e.\,r}{b\,c} = c\,d.\,b\,e.\,r$$ d. i. man bekommt diesen Druck, wenn man die Grösse des Bodens mit dem respektiven Gewicht des Wassers, und der Höhe desselben über dem Horizont multiplizirt.

§. 189.

Satz. Wenn sich ein fester Körper in einem flüssigen befindet; so wird er von diesem in die Höhe getrieben mit einer Gewalt, die gleich ist dem Gewichte des aus der Stelle getriebenen Wassers.

In dem bis e b mit Wasser gefüllten Gefässe e c d b (Fig. 72.) sey das Parallelepipedum m n o p versenkt; so ist der Druck des Wassers auf die obere Fläche m p gleich dem Gewichte der Wassersäule q m p r, und der Druck, mit dem es aufwärts getrieben wird, ist gleich dem Gewichte einer Wassersäule, dessen Raumesinhalt q n o r wäre (§. 176. Zus. 4.)

Zieht man nun q m p r von q n o r ab; so bleibt noch m n o p übrig, d. i. der Körper wird in die Höhe getrieben mit einer Kraft, die dem Gewichte einer Wassersäule m n o p gleich ist.

Nun ist diese Wassersäule m n o p das vom versenkten Körper aus der Stelle getriebene Wasser.

Also

Also wird der versenkte Körper in die Höhe getrieben mit ꝛc.

Hat der feste Körper eine irreguläre Figur p g a o, so gilt das nemliche.

Zus. 1. Ein fester Körper verliert also in dem flüssigen von seiner Schwere so viel, als dieser im Raume des versenkten wiegt. Z. B. ein Kubikzoll Wasser wiegt 5 Qu. 13 Gr. und ein Kubikzoll Eisen wiegt ausser dem Wasser 4 Unz. 5 Qu. 27 Gr.; so wiegt dieser im Wasser nur mehr 4 Unz. 14 Gr.

Zus. 2. Wenn man weis, wie viel ein fester Körper in einem flüssigen verliert; so weis man dadurch das Gewicht des letztern im Raumesinhalt des andern. Ein Kubikzoll Eisen ist im Wasser um 5 Qu. 13 Gr. geringer worden; so ist dieß das Gewicht eines Kubikzoll Wassers.

Zus. 3. Wenn ein fester Körper a mit einem andern b im Gleichgewicht ist, und denn a in einen flüssigen versenkt wird; so wird das Gleichgewicht aufgehoben, und das, was zur Herstellung desselben von b genommen, oder zu a gelegt werden muß, ist das Gewicht des flüssigen im Raumesinhalt von a.

Zus. 4. Ein fester Körper, der im flüssigen untergeht, hat ein grössers respektives Gewicht,

wicht, als dieser im nemlichen Raumesinhalt genommen, und umgekehrt.

Zus. 5. Das Sinken eines Körpers ist im Wasser langsamer, als ausser demselben.

Zus. 6. Ein fester Körper, der auf dem flüssigen schwimmt, hat ein kleineres respektives Gewicht; als dieser im nemlichen Raumesinhalt genommen, und umgekehrt.

Zus. 7. Ist aber ein Körper eben so schwer, als eine gleich grosse Menge Wasser; so kann er weder sinken, noch steigen, sondern hält in jeder Stelle unter dem Wasser mit diesem das Gleichgewicht.

Zus. 8. Wenn man einem schwimmenden Körper soviel Gewicht zulegt, daß er sich ganz eintaucht, jedoch nicht untergeht; so ist dieß darauf gelegte, samt dem Gewicht des Körpers selbst dem Gewicht des Wassers im nemlichen Raumesinhalt desselben genommen gleich.

Zus. 9. Je geringer ein Körper ist, desto leichter kann er umgeworfen werden. Da nun die Steine im Wasser viel leichter sind, als ausser demselben; so können sie unter dem Wasser von einer viel kleinern Kraft umgeworfen, und von ihrer Stelle gebracht werden, als ausser demselben. Daher kann ein reissender Strom, oder ein vom Winde stark bewegtes Wasser auch die größten Steinmassen mit sich fortwälzen.

Da

Da die Wirkung des Wasserstosses desto grösser ist, je grösser die demselben ausgesetzte Fläche ist; so könnte es scheinen, daß das Wasser einen grossen Stein leichter fortwälze, als einen kleinen. Allein in der That ist es doch nicht so, weil mit der Oberfläche eines Steines zugleich auch seine Schwere, und diese zwar in einem grössern Verhältnisse wächst, als jene. Man stelle sich drey steinerne Kugeln vor, deren Durchmesser sich verhalten wie 1, 2, 3; so übertreffen sie sich an ihren Schweren im kubischen Verhältnisse ihrer Durchmesser, nemlich 1, 8, 27; an ihren Oberflächen aber nur im quadratischen Verhältnisse derselben, nemlich 1, 4, 9. Wenn gleich ein Stein seiner Oberfläche noch 4mal so groß ist, als ein anderer; so ist er doch zugleich auch 8mal schwerer, und wenn die stossende Kraft des Wassers in Ansehung der 4mal so grossen Oberfläche um 4mal kleiner seyn darf; so muß sie doch zugleich in Ansehung der 8mal so grossen Schwere, um 8mal wiederum grösser seyn. Je kleiner demnach die Steine sind, desto leichter können sie vom Wasser fortgeführt werden. Am weitesten nimmt es den feinen Letten mit sich fort. Bey einem Wasserbau muß man daher die größten Steine, die man haben kann, wählen, und die kleinern nur dort anbringen, wo sie dem Strom, und den Wellen nicht ausgesetzt sind.

§. 190.

Satz. Ein auf dem Wasser schwimmender Körper hat sich in demselben so tief eingetaucht, daß der Raum, den er im Wasser einnimmt, mit Wasser ausgefüllt, eben so schwer ist, als der feste Körper selbst.

Nachdem sich der Körper d (Fig. 72.) um den Raum m n o p eingetaucht, so daß die unter demselben stehende Wassersäule n g h o samt dem Körper mit den übrigen im Gleichgewicht ist, werde er weggenommen, aber so, daß der leer werdende Raum m n o p im nemlichen Augenblick mit hinzugegossenen Wasser ausgefüllt werde; so wird die Wassersäule m g h p mit den übrigen gleich hohen das Gleichgewicht halten.

Mithin drückt das Wasser des Raumes m n o p auf die Wassersäule n g h o eben so stark, als zuvor der feste Körper d darauf gedrückt.

Folglich hat sich dieser so tief eingetaucht daß der Raum, den er im Wasser einnimmt, mit Wasser ausgefüllt, eben so schwer ist, als der feste Körper selbst.

Zus. 1. Wenn sich ein fester Körper um die Hälfte eintaucht; so ist seyn respektives Gewicht nur halb so groß, als das des flüssigen im nemlichen Raumesinhalt genommen, und umgekehrt.

Zus. 2. Wenn sich der nemliche schwimmende Körper auf verschiedenen Flüssigkeiten ungleich tief eintaucht; so ist dieß eine Anzeige, daß diese im nemlichen Raumesinhalt verschiedene respek-

tive

tive Gewichte haben. Die Schiffe, wenn sie aus dem gesalzenen Meerwasser ins süsse Flußwasser übergehen, sinken merklich tiefer ein, welches beweiset, daß das Meerwasser schwerer sey, als das Flußwasser. Die Schiffe, welche von Amberg auf der Vils nach Regensburg um Salz gehen, sollen auf der Donau tiefer einsinken. Ist die Beobachtung richtig; so ist die Vils von schwererer Art, als die Donau.

§. 191.

Es heisse das Gewicht eines schwimmenden Körpers p, die Grösse des eingetauchten Theiles, oder der Raum, den er im Wasser einnimmt u, das respektive Gewicht des Wassers r; so ist allemal $p = r.u$ (§. 190.). Folglich

$$u = \frac{p}{r}, \; r = \frac{p}{u}$$

Gesetzt nun der Raum, den ein lediges Schiff im Wasser einnimmt, betrage 1000 Kubikfuß, und ein Kubikfuß Wasser wiege 70 ℔; so ist hier p, oder das Gewicht des ledigen Schiffes samt den Masten und Thauwerk = 70. 1000 ℔ = 700 Zentner.

Gesetzt ferner, der Raum, um welchen es sich noch ohne Wasser zu schöpfen eintauchen darf, sey 1500 Kubikfuß; so ist die Schwere des Wassers, welches durch die Ladung auf die Seite getrieben wird, und folglich die Ladung selbst = 70. 1500 ℔ = 1050 Zentner. Mithin ist die Ladung samt dem Schiffe = 1750 Zentner.

Ein

Ein spanisches Lastschif trägt 1200 Tonnen, oder 24000 gemeine Zentner.

§. 192.

Je grösser ein Körper wird, desto mehr Wasser kann er auf die Seite schaffen, desto stärker wird er von demselben in die Höhe gedrückt (§. 189.), desto eher kann er, wenn er sonst untergeht, zum Schwimmen gebracht werden. Ein massives Stück Metall geht für sich allemal zu Boden. Es kann aber Schwimmen, wenn es in eine hohle Kugel ausgedehnt ist.

Es sey p das Gewicht eines massiven Stückes Metall, x der Raumesinhalt der Kugel, in welche es ausgetrieben worden ist, r bedeute das respektive Gewicht des Wassers; so kann die Kugel weder sinken, noch steigen, wenn $p = x.r$ (§. 189. Zus. 7.) woraus sich $x = \frac{p}{r}$ ergiebt, und die Grösse der Kugel ihrem Raumesinhalt nach gefunden werden kann, wenn ihr Gewicht p gegeben ist. Z. B. 30 Pf. Kupfer sollen genau mit dem Wasser im Gleichgewicht seyn, wie groß muß die Kugel werden, in welche das Kupfer ausgedehnt werden muß.

Man lasse r das Gewicht eines Kubikfusses Wasser, nemlich 70 Pf. gelten (§. 34.); so ist $x = \frac{30}{70} = \frac{3}{7}$ Kubikfuß

Wollte

Wollte man sich eine solche Kugel verfertigen lassen; so müste man den Durchmesser derselben wissen.

Nun ist vermög dem, was in der Geometrie von dem Raumesinhalt einer Kugel bewiesen worden, $x = \frac{\pi d^3}{6}$. Folglich

$\pi d^3\ 6x$

$d^3 = \frac{6.\ x}{\pi}$

$d^3 = \frac{6.\ \frac{3}{7}}{\pi}$

$d^3 = \frac{6.\ \frac{3}{7}}{3,1415\ldots}$

$d^3 = \frac{6.\ 3}{7.\ 3,1415\ldots}$

$d^3 = \frac{18}{21,99}$

$\text{Log. } d^3 = \text{Log. } \left(\frac{18}{21,99\ldots}\right)$

$3. \text{Log. } d = \text{Log. } 18 - \text{Log. } 21,99$

$3. \text{Log. } d = 1,2552775 - 1,3422252.$

$3. \text{Log.} = -0,0869477$

$\text{Log. } d = -0,0289825$

$d = 0,9354\ldots$ Fuß.

Die

Die Dicke der Schaale dieser Kugel ergiebt, sich, wenn man von dem Radius der ganzen Kugel den Radius des innern hohlen Raumes abzieht.

Es sey δ der Durchmesser des hohlen Raumes; so ist der Inhalt desselben $= \frac{\pi\,\delta^3}{6}$

Da der Inhalt der ganzen Kugel $= \frac{3}{7}$ Kubikfuß war; so ist der Inhalt der Schaale $=$ $\frac{3}{7} - \frac{\pi\,\delta^3}{6}$ Kubikfuß.

Diesen Inhalt kann man aber noch auf eine andere oben §. 35. in Beyspielen gezeigte Art finden. Denn da man nach der Tafel §. 34. für einen Kubikfuß gehämmertes Kupfer, welches schwerer ist, als das nicht gehämmerte, ohngefehr 600 Pfund nehmen kann, oder da 600 Pf. Kupfer ihrer Grösse nach $=$ 1 Kubikfuß; so sind 20 Pf. Kupfer ihrer Grösse nach $= \frac{20}{600} = \frac{1}{30}$ Kubikfuß.

Folglich ist

$$\frac{3}{7} - \frac{\pi\,\delta^3}{6} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{\pi\,\delta^3}{6} = \frac{3}{7} - \frac{1}{30}$$

$$\delta^3 = \left(\frac{3}{7} - \frac{1}{30}\right) \cdot \frac{6}{\pi}$$

δ^3

$$\delta^3 = \frac{60 - 7}{140} \cdot \frac{6}{\pi}$$

$$\delta^3 = \frac{53 \cdot 6}{140 \cdot 3{,}1415\,..}$$

Log. δ^3 = Log. 318 − (Log. 140 + Log. 3,1415 . . .)

Log. δ^3 = 2,5024271 − (2, 1461280 + 0,4971499)

Log. δ^3 = 2, 5024271 − 2,6432779

3 Log. δ = − 0, 1408508

Log. δ = − 0,0469502

δ = 0,8975 . . . Fuß.

Folglich ist $\frac{1}{2}$ d − $\frac{1}{2}$ δ = $\frac{1}{2}$ (d − δ) = $\frac{1}{2}$ (0,9354 − 0,8975) = $\frac{1}{2}$. 0,0379 = 0,0189 Fuß, und dieß ist die Dicke der Kugel.

Wäre der grössere Durchmesser nur ein wenig grösser, als 0,9354 Fuß; so könnte die Kugel gleich einem Schiffe eine Ladung einnehmen. Gesezt es sey der Durchmesser = 1 Fuß; so ist der Raumesinhalt der Kugel = 0,5235 Kubikfuß, und das Gewicht des Wassers in diesem Raume = 36,645 Pf. Man würde also 6 Pf. und darüber in dieselbe hineinlegen dürfen.

Daher schwimmen metallene Körper z. B. kupferne Kessel, die Pontons u. d. gl. auf dem Wasser.

Weil das Schwimmen des Schiffes auf der Menge Wasser beruht, die es auf die Seite treibt; so muß das Eindringen des Wassers sorg-

sorgfältig vermieden werden. Denn je mehr Wasser in den Raum des Schiffes eindringt, desto weniger treibt es auf die Seite, und desto weniger wird es in die Höhe getrieben. Eben dieß ist auch die Ursache, warum die Schiffe unten eine gewölbte Höhlung bekommen müssen.

§. 193.

Wenn es gerade nur darum zu thun ist, daß ein Körper, der schwerer ist, als Wasser, nicht untergehe; so ist es eben nicht nothwendig, daß man denselben in eine hohle Kugel ausarbeite, oder ihm sonst eine grosse Ausdehnung gebe: denn man sieht leicht, daß er auch zum Schwimmen gebracht werden könnte, wenn man ihn mit einem andern, der geringer ist, als Wasser, z. B. mit Korkholz in Verbindung brächte. Gesetzt, obige 30 Pf. Kupfer sollten auf diese Art mit dem Wasser ins Gleichgewicht gebracht werden, wieviele Pfunde Korkholz müßten damit verbunden werden? —

Es sey das Gewicht des Kupfers $= p$, des dazu erforderlichen Korkholzes $= P$, der Raumesinhalt des Kupfers $= v$, des Korkholzes $= V$, das Gewicht eines Kubikfusses Wasser $= \varrho$; so muß —

$p + P = (v + V).\varrho$ seyn, d. i. das Gewicht der beyden Körper zusammen muß so groß seyn, als das Gewicht einer eben so grossen Wassermasse.

Es sey das Gewicht eines Kubikfusses Kupfer $= r$, eines Kubikfusses Korkholzes $= R$; so ist $r = \frac{p}{v}$, $R = \frac{P}{V}$ (§. 32.). Folglich

$v = \frac{p}{r}$, $V = \frac{P}{R}$, und $v + V = \frac{p}{r} + \frac{P}{R} =$

$\frac{p.R + P.r}{r.R}$. Mithin

$$p + P = \left(\frac{p.R + P.r}{r.R}\right).\varrho$$

$$p + P = \frac{p.R.\varrho + P.r.\varrho}{r.R}$$

$$p.r.R + P.r.R = p.R.\varrho + P.r.\varrho$$

$$p.r.R - p.R.\varrho = P.r.\varrho - P.r.R$$

$$p.R(r - \varrho) = P.r(\varrho - R)$$

$\frac{p.R(r - \varrho)}{r(\varrho - R)} = P$ dem Gewicht des erforderlichen Korkholzes.

Es sey wie oben $p = 30$ ℔, $r = 600$ ℔, $\varrho = 70$ ℔, R ist $= 16$ ℔; 12 Unz., 6 Dr., 29 Gr. (§. 34) $= 16,8$ ℔. (§. 36); so ist

$$P = \frac{30.16,8(600 - 70)}{600(70 - 16,8)}$$

$$P = \frac{504.530}{600.53,2}$$

$\text{Log. } P = \text{Log. } 504 + \text{Log. } 530 - (\text{Log. } 600 + \text{Log. } 53{,}2)$

$\text{Log. } P = 2{,}7024305 + 2{,}7242759 - (2{,}7781512 + 1{,}7259116)$

$\text{Log. } P = 5{,}4267064 - 4{,}5040628$

$\text{Log. } P = 0{,}9226436$

$P = 8{,}368 \ldots$ Pf.

Das eigenthümliche Gewicht des menschlichen Körpers ist ohngefehr = 1,012, und folglich das Gewicht eines Kubikfusses desselben, oder $r = 1{,}012 \cdot 70 = 70{,}84$ Pf. (§. 33.)

Es sey nun eines Menschen Gewicht p = 161 Pf. Wieviel Kork P muß er zu sich nehmen, damit er mit dem Wasser im Gleichgewicht ist? —

Nach obiger Formel ist

$$P = \frac{161 \cdot 16{,}8\,(70{,}84 - 70)}{70{,}84\,(70 - 16{,}8)}$$

$$P = \frac{2704{,}8 \cdot 0{,}84}{70{,}84 \cdot 53{,}2}$$

$\text{Log. } P = \text{Log. } 2704{,}8 + \text{Log. } 0{,}84 - (\text{Log. } 70{,}84 + \text{Log. } 53{,}2)$

$\text{Log. } P = 3{,}4321352 + (-0{,}0757207) - (1{,}8502786 + 1{,}7259116)$

$\text{Log. } P = 3{,}4321352 + (-0{,}0757207) - 3{,}5761902$

Log.

$\text{Log. } P = 3{,}4321352 + (-3{,}6519109)$

$\text{Log. } P = -0{,}2197757$

$P = 0{,}6028$ Pf. Mit so viel Kork wird er mit dem Wasser im Gleichgewicht seyn. Nähme er mehr zu sich, so würde er schwimmen.

§. 194.

Gesetzt dieser Mensch von 161 Pf. habe 8 Pf. Kork an sich. Wieviel bleibt ihm zum Schwimmen? –

Ein Korper schwimmt, in so fern er vom Wasser stärker aufwärts gedrückt wird, als er mit seinem Gewichte abwärts drückt. Wenn man also seine ganze Schwere von dem Druck abzieht, den das Wasser auf ihn aufwärts ausübt; so ist der Rest das, was ihm zum Schwimmen übrig bleibt.

Der Druck, den das Wasser auf diesen Menschen aufwärts ausübt, ist gleich dem Gewichte des aus der Stelle getriebenen Wassers (§. 189). Wenn man also seine ganze Schwere von dem Gewichte des aus der Stelle getriebenen Wassers abzieht, so giebt die Differenz das, was ihm zum Schwimmen übrig bleibt.

Es sey der Raumesinhalt des Menschen $= v$, des damit verbundenen Korkes $= V$, das Gewicht eines Kubikfusses Wasser $= \varrho$; so ist $v + V$ der Raumesinhalt des aus der Stelle getriebenen Wassers, und $(v + V).\varrho$ das Gewicht desselben.

Es ergiebt sich aber aus §. 32. Zus. 1. daß $v = \frac{p}{r}$ und $V = \frac{P}{R}$. Folglich ist

$$(v + V) . \varrho = \left(\frac{p}{r} + \frac{P}{R}\right) . \varrho$$

Ferner ergiebt sich aus §. 33, daß $r = e . \varrho$ und $R = E . \varrho$. Man substituire dieß, so ist

$$(v + V) . \varrho = \left(\frac{p}{e . \varrho} + \frac{P}{E . \varrho}\right) . \varrho$$

$$(v + V) . \varrho = \frac{p . \varrho}{e . \varrho} + \frac{P . \varrho}{E . \varrho}$$

$$(v + V) . \varrho = \frac{p}{e} + \frac{P}{E}.$$

Nun ist das eigenthümliche Gewicht des Korkes, oder $E = 0,24$ (§. 34), und das des Menschen, oder $e = 1,012$.

Also ist das Gewicht des aus der Stelle getriebenen Wassers oder

$$(v + V) \varrho = \frac{p}{e} + \frac{P}{E} = \frac{161}{1,012} + \frac{8}{0,24}$$

$= 159 + 33,3 = 192,3$ ℔. und das, was ihm zum Schwimmen übrig bleibt $= 192,3 - 169 = 23,3$ ℔.

Unter den Mitteln, die man dem Menschen das Schwimmen zu erleichtern, vorgeschlagen hat, bleibt immer der Kork noch das sicherste. Die Alten bedienten sich desselben schon vorlängst

dazu, wie aus der Redensart: sine cortice natare, erhellet.

Daß nicht eines jeden Menschen Körper schwerer, als eine eben so grosse Menge Wasser, hat ein neapolitanischer Priester Don Paolo Moccia erwiesen. Diese ward vom Wasser getragen, und sank nicht unter. Auf dem Meere blieb er nur bis an die Brust eingetaucht, und konnte alle Bewegungen, und Verrichtungen, ohne unterzugehen, vornehmen. Die Taucher konnten ihn nur mit Mühe herunter ziehen. Als man ihn wog, war er um 30 neapolitanische Pfunde geringer, als eine eben so grosse Menge Wasser.

Nach Wilkensons Untersuchungen ist der Mensch um etwas weniges schwerer, nach Robertson aber meistens geringer, als das Wasser.

Demohngeachtet bleibt aber doch das Schwimmen immer noch eine Kunst für den Menschen, weil er dabey eine ungewohnte Stellung und Bewegung annehmen muß. Thiere hingegen, als Hunde, Katzen u. d. gl. können aus der entgegengesetzten Ursache gleich von ihrer Geburt aus schwimmen.

Da die Ertrunkenen im Wasser merklich aufschwellen; so ist es ganz natürlich, daß sie meistens wieder ausgeworfen werden.

Die Fische sinken im Wasser, indem sie mit den Bauchmuskeln ihre Blase zusammenziehen, und dadurch, gleich einem durchlöcherten Schiffe, Wasser in ihren Körper einnehmen.

Sie steigen hingegen, wenn sie durch Ausdehnung der Blase, das Wasser wieder heraustreiben. Weil ihnen aber die Zusammenziehung der Blase, wegen der Ausdehnbarkeit der in selber eingeschlossenen Luft, Mühe machet; so suchen sie, wenn sie ausruhen, die seichten Orte des Meeres, wo sie dann von den Seefischern oft in grosser Menge gefangen werden.

Die Wasservögel sind durch ihre Federn gleichsam mit einem natürlichen Schwimmkleid umgeben. Denn da die Federn viel geringer sind als das Wasser; so ist das Gewicht des Vogels viel kleiner, als das Gewicht einer eben so grossen Wassermasse, obgleich der übrige innerhalb den Federn befindliche Theil seines Körpers eben so schwer, oder vielleicht ein wenig schwerer ist, als eine gleich grosse Menge Wasser. Man sieht aber von selbst ein, daß unter die Federn kein Wasser eindringen darf. Daher hat die Natur den Wasservögeln ein gewisses Oel gegeben, mit welchen sie ihre Federn von Zeit zu Zeit bestreichen, indem sie dieselben, da sie sich putzen, durch den Schnabel ziehen.

§. 195.

Aufg. Das eigenthümliche Gewicht eines festen Körpers zu finden.

Der feste Körper geht entweder im Wasser unter, oder er schwimmt auf demselben.

Ist das erste; so verliert er von seiner Schwere soviel, als das Wasser im nemlichen Raumesinhalt wiegt. (§. 189. Zus. 2.)

Man wiege daher den festen Körper auf einer genauen Wage, senke ihn sodann ins Wasser, und suche, wieviel er von seinem Gewicht verliere; so zeigt dieser Verlurst das Gewicht einer eben so grossen Wassermasse an.

Nun dividire man sein Gewicht, daß er ausser dem Wasser gehabt, durch diesen Verlurst; so giebt der Quotient sein eigenthümliches Gewicht (§. 33.)

Beyspiel 1. Ein guter Thaler wiegt im der Luft 466 Gr., im Wasser aber nur 421 Gr. und verliert also in demselben 45 Gr.; so ist sein eigenthümliches Gewicht $e = \frac{466}{45}$ $= 10,355 \ldots$

Beyspiel. 2. Ein Stück Bley hat ausser dem Wasser gewogen 3334 Gr., im Wasser aber nur 3034, und hat folglich 300 Gr. verlohren; so ist sein eigenthümliches Gewicht $e = \frac{3334}{300} = 11,113 \ldots$

Wenn der feste Körper auf dem Wasser schwimmt; so zeigt das, was man ihm beylegen muß, um ihn ganz einzutauchen, samt

seinem

seinem eigenen Gewicht die Schwere einer eben so grossen Wassermenge an. (§. 189. Zus. 8.)

Man wiege daher den Körper auf einer genauen Wage, bringe ihn dann ins Wasser, und sehe, wieviel man ihm zulegen muß, daß er sich ganz eintauche.

Nun dividire man sein Gewicht ausser dem Wasser mit der Summe aus eben diesem Gewicht, und dem, was man ihm, um ihn ganz einzutauchen, hat beylegen müssen, so ist der Quotient das eigenthümliche Gewicht desselben.

Beysp. 3. Ein Stück Birnbaumholz wiegt 193 Gr. Um es im Wasser unterzutauchen braucht man 107 Gr.; so ist das Gewicht einer eben so grossen Wassermenge $= 193 + 107 = 300$ Gr. Folglich das eigenthümliche Gewicht desselben,

oder $e = \frac{193}{300}$ 0,6433.

Wenn sich der feste Körper zwar ganz eintaucht, aber doch nicht untergeht; sondern in jeder Stelle unter dem Wasser ruhet; so ist er eben so schwer als eine gleich grosse Wassermasse und sein eigenthümliches Gewicht $= 1$.

§. 196.

Aufg. Das eigenthümliche Gewicht eines flüssigen Körpers zu finden.

Man nehme einen festen Körper z. B. eine Glasperle, der sowohl im gegebenen flüssigen,

als

als im Wasser untergeht, und suche mittelst einer guten Wage sein Gewicht in freyer Luft. Alsdann wiege man denselben sowohl im Wasser, als in der andern Flüssigkeit; so sind die Verlurste, die er leidet, die respektiven Gewichte der beyden Flüssigkeiten im nemlichen Raumesinhalt.

Man dividire also den Verlurst, den er in der gegebenen Flüssigkeit leidet, durch den Verlurst, den er im Wasser leidet; so ist der Quotient das eigenthümliche Gewicht der gegebenen Flüssigkeit.

Beyspiel 1. Der feste Körper verliehre in der Milch 659 Gr. im Masser 639 Gr.; so ist das eigenthümliche Gewicht e der Milch

$$= \frac{659}{639} = 1,0313 \ldots$$

Beyspiel 2. Der nemliche feste Körper verliehre im höchstrektifizirten Weingeist 553 Gr. so ist das eigenthümliche Gewicht des Weingeistes

$$= \frac{553}{639} = 0,8654 \ldots$$

§. 197.

Zur Bestimmung des eigenthümlichen Gewichtes solcher Flüssigkeiten, deren respektives Gewicht von dem des Wassers im nemlichen

Rau-

Raumesinhalt nicht viel unterschieden ist, z. B. der Mineralwässer, ist die zuvor beschriebene Methode nicht ganz hinreichend, weil bey so kleinen Körpern, die man gemeiniglich in dieselben versenkt, der Ausschlag zu klein ist, und wenn man gar zu grosse Körper nimmt, die Wage unempfindlich wird.

Daher bedient man sich in solchen Fällen lieber der Senkwage, (Fig. 74) die aus einem hohlen Cylinder a d besteht, der aber aus solcher Materie verfertiget ist, die von der Flüssigkeit nicht angegriffen wird. Unten bey c liegt in demselben ein schwerer Körper, etwa Bley oder Quecksilber, um den Schwerpunkt tief gegen c hinab zu bringen und oben ist ein höchstens $\frac{3}{4}$ Lin. dicker Drath mit einer Schaale f angebracht, um kleine Gewichte darauf zu legen.

Um genaue Versuche mit diesem Instrumente anstellen zu können; muß es wenigst 4 ℔ Flüssigkeit auf die Seite treiben, und so schwer seyn, daß man höchstens 1 Quintl darauf legen muß, um selbes bis auf den Feilenstrich g einzutauchen.

Vor allem Gebrauche dieses Instruments muß man aber die Schwere des Wassers im Raume g a c d g ausfindig machen.

Zu dem Ende wiege man das Instrument auf einer recht genauen Wage, setze es sodann ins Wasser, und lege in die Schaale f soviel Gewicht, daß es sich bis g einsenke. Gesetzt es wiege 496 Gr. und in die Schaale f müssen

sen 32 Gr. gelegt werden; so ist das Gewicht des Wassers im Raume g a c d g = 496 + 32 = 528 Gr. (§. 189. Zus. 8.)

Will man nun das eigenthümliche Gewicht eines flüssigen Körpers, z. B. eines Mineralwassers, oder einer Sole bestimmen; so setze man das leere Instrument darein, und lege in die Schaale f soviel Gewicht, daß es sich bis g eintauche; so erhält man das Gewicht des Salzwassers im Raume g a c d g, welches mit 528 Gr., als dem Gewicht einer eben so grossen Menge reinen Wassers dividirt, das eigenthümliche Gewicht des erstern auswirft.

Gesetzt man habe 64 Gr. in die Schaale f legen müssen; so ist das Gewicht des Salzwassers im gedachten Raume = 496 + 64 = 560 Gr. Folglich das eigenthümliche Gewicht desselben $\frac{560}{528} = 1,0606\ldots$

§. 198.

Wenn man das eigenthümliche Gewicht eines Körpers mit dem eines andern nur einigermassen vergleichen will, ohne grosse Genauigkeit zu fordern; so bedient man sich einer kleinern Senkwage, die unter dem Namen: **Bierwage** bekannt ist.

Zur Untersuchung der Sole, ob sie löthig genung sey, um auf die Pfanne gebracht, und

mit

Vortheil versotten werden zu können, braucht man die Solwage, oder Salzspindel.

§. 199.

Ein sehr bequemes Instrument das eigenthümliche Gewicht der Mineralien, und anderer kleiner Körper zu untersuchen ist in der 75sten Figur vorgestellt, welches von dem §. 197 beschriebenen nur durch den offenen Kegel m c n verschieden ist, in welchen ebenfalls etwas Bley gelegt ist, um das Instrument im Wasser in senkrechter Lage zu erhalten.

Vor allem Gebrauch wird dieses Instrument in das Wasser gesetzt, und in die Schaale f soviel Gewicht gelegt, daß es sich genau bis g einsenke. Dieß Gewicht merkt man sich für allemal. Gesetzt es betrage 400 Gran.

Will man nun einen mineralischen Körper z. B. ein Stückchen Kalkspath untersuchen; so setzt man das leere Instrument ins Wasser, legt den Kalkspath in die Schaale f, und soviel Gewicht dazu, daß es sich bis g eintauche. Es sey dieß Gewicht = 150 Gr.; so wiegt der Kalkspath in der Luft 400 — 150 = 250 Gr.

Nun lege man den Spath in den Kegel, setze das Instrument wieder ins Wasser; so kann es sich nicht mehr so tief eintauchen, weil der Spath im Wasser geringer ist. Gesetzt man müste, um das Instrument bis g einzusenken, in die Schaale 92 Gr. beylegen; so ist dieß das Gewicht des Wassers im Raumesinhalt des

Spa-

Spathes. Folglich ist das eigenthümliche Gewicht des Kalkspathes $= \frac{250}{92} = 2,7173\ldots$

Zus. Aus diesen von §. 195 an bis hieher angeführten Methoden sieht man, wie die obige Tafel §. 34 entstanden und verfertiget worden ist.

§. 200.

Aufg. Ein Stück Metall M, z. B. ein Goldklumpen, besteht aus bey Metallen A, und B z. B. aus Gold und Silber. Zu finden, wieviel von jedem dieser Metalle in dem vermischten enthalten sey, in der Voraussetzung, daß sie in der Mischung den nemlichen Raum, wie zuvor, einnehmen.

Es bedeute a ein beliebiges Stück des Metalles A, aber von bekannter Schwere, und α sey der Verlurst desselben im Wasser.

b bedeute ein beliebiges Stück des Metalles B von ebenfalls bekannter Schwere, und β sey der Verlurst desselben im Wasser.

m bedeute die Schwere der Mischung M in freyer Luft, und μ den Verlurst derselben im Wasser.

x und y seyen die Gewichte von A und B in M; so ist

1) $x + y = m$, und $x = m - y$, wie auch $y = m - x$.

2) Das

2) Das von beliebiger Schwere angenommene Stück a des Metalles A verliert im Wasser das Gewicht α. Wieviel verliert x im Wasser vom seinigen? Die Antwort ist im vierten Glied folgender Proportion enthalten.

$$a : \alpha = x : \frac{\alpha x}{a}$$

Eben so ist

$b : \beta = y : \frac{\beta . y}{b}$, wo das vierte Glied den Verlurst des Gewichtes vom y im Wasser ausdrückt.

Demnach ist

$$3)\ \frac{\alpha . x}{a} + \frac{\beta . y}{b} = \mu, \text{ und}$$

$$\frac{\alpha . x}{a} = \mu - \frac{\beta . y}{b}.$$

Man multiplizire den Num. 1 für x erhaltenen Ausdruck mit $\frac{\alpha}{a}$, so ist auch

$$\frac{\alpha . x}{a} = \frac{\alpha}{a} . m - \frac{\alpha}{a} . y. \text{ Mithin}$$

$$4)\ \frac{\alpha}{a} . m - \frac{\alpha}{a} y = \mu - \frac{\beta . y}{b}$$

$$\frac{\beta}{b} . y - \frac{\alpha}{a} . y = \mu - \frac{\alpha}{a} . m$$

$$\left(\frac{\beta}{b}-\frac{\alpha}{a}\right).y=\mu-\frac{\alpha}{a}.m$$

$$y=\frac{\mu-\frac{\alpha}{a}.m}{\frac{\beta}{b}-\frac{\alpha}{a}}=\frac{\mu\frac{\alpha}{a}.m}{\frac{a.\beta-\alpha.b}{ab}}$$

$$y=(\mu-\frac{\alpha}{a}.m)\times(\frac{ab}{a.\beta-\alpha.b}$$

$$y=\frac{a.\mu-\alpha m}{a}\times\frac{ab}{a.\beta--\alpha.b}$$

$$y=\frac{a.a.b.\mu-a.\alpha.b.m}{a.a.\beta-a.\alpha.b}$$

$$5)\ y=\frac{a.b.\mu-\alpha.b.m}{a.\beta-\alpha.b}=\frac{a.\mu-\alpha.m}{a.\beta-\alpha.b}.b$$

Will man x finden; so ist aus (num. 3.) $\frac{\beta}{b}.y=\mu-\frac{\alpha}{a}.x$, und wenn man den num. 1 für y gefundenen Ausdruck mit $\frac{\beta}{b}$ multiplizirt; so ist

$\frac{\beta}{b}.y=\frac{\beta}{b}.m-\frac{\beta}{b}.x.$ Folglich

$$\frac{\beta}{b}.m-\frac{\beta}{b}.x=\mu-\frac{\alpha}{a}.x.$$

$$\frac{\alpha}{a} \cdot x - \frac{\beta}{b} \cdot x = \mu - \frac{\beta}{b} \cdot m$$

$$\left(\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{b}\right) x = \mu - \frac{\beta}{b} \cdot m$$

$$x = \frac{\mu - \frac{\beta}{b} \cdot m}{\frac{\alpha}{a} - \frac{\beta}{b}}$$

$$x = \frac{b \cdot \mu - \beta \cdot m}{\alpha b - a\beta} \cdot a$$

Beyspiel 1. Es bedeute a einen Kubikfuß, oder 1348 ℔ Gold (§. 34.) b einen Kubikfuß, oder 733 ℔ Silber, so ist sowohl α, als $\beta = 70$ ℔, indem jedes im Wasser um so viel geringer wird, als ein Kubikfuß Wasser wiegt, nemlich um 70 ℔. m sey = 20 ℔, $\mu = 1\frac{1}{4}$ ℔; so ist

$$y = \frac{1348 \cdot 1\frac{1}{4} - 70 \cdot 20}{1348 \cdot 70 - 70 \cdot 733} \cdot 733$$

$y = 4,85 \ldots$ und
$x = 15,14 \ldots$ ℔

Archimed hat diese Aufgabe zuerst aufgelößt, wozu er durch folgende Geschichte, wenn sie doch wahr ist, veranlasset worden seyn soll.

Hiero König zu Syrakusa in Sicilien hatte sich eine Krone von Gold machen lassen: kam aber

aber auf den Verdacht, als wenn der Künstler einen Betrug gespielt, und das Gold mit Silber legirt hätte. Um dem Verdacht auf den Grund zu kommen, machte er dem Archimed den Auftrag die Krone zu untersuchen, ohne daß jedoch das Werk der Kunst verdorben werden sollte. Nachdem dieser der Sache lange nachgedacht, kam er endlich, als er eben ins Bad stieg, und das Geringerwerden seines Körpers merkte, auf den Gedanken, daß durch einen hydrostatischen Versuch der vermuthete Betrug sich ohnfehlbar entdecken lassen müste. Ueber diesen so glücklichen Einfall ganz entzückt, soll Archimed aus dem Bade gesprungen, und voll Freude ausgeruffen haben: ευρηκα, ευρηκα: Gefunden, Gefunden.

Beyspiel 2. Eine Mischung von Zinn, und Bley wiege 50 ℔, und verliehre im Wasser 5 ℔; so ist $m = 50$ ℔, und $\mu = 5$ ℔. Das a bedeute einen Kubikfuß, oder 510 ℔. Zinn, b einen Kubikfuß, oder 794 ℔ Bley; so ist sowohl α als $\beta = 70$ ℔. Mithin

$x = 12{,}057 \ldots$ ℔, und

$y = 37{,}942 \ldots$ ℔.

§. 201.

Aus dem, was oben §§. 176 und 177 von dem Druck der flüssigen Körper auf den

Boden der Gefässe bewiesen worden ist, könnten Anfänger etwa auf den Gedanken kommen, als wenn derjenige, der das divergirende Gefäß pqrs (Fig. 76) trägt, nur die Wassersäule tqru, und derjenige hingegen, der das konvergirende Gefäß pwpy hält (Fig. 77), das Gewicht einer Wassersäule twpr, zu halten hätte.

Allein bey beyden Gefässen hat der, welcher sie trägt, nicht mehr und nicht weniger, als das Gewicht des im Gefässe enthaltenen Wassers, und des Gefässes selbst, zu tragen.

Es bedeute die auf rs senkrecht gezogene Linie ad (Fig. 76.) den senkrechten Druck, den der Seitentheil ic von der darauffstehenden Wassersäule mcin leidet. ae sey lothrecht, bh horizontal, aedh das aus ad und dem Winkel eah ergänzte Parallelogramm; so drückt ae den lothrechten Druck, den der Seitentheil ic leidet, aus, und es ist der Druck, den ia in der Richtung ad leidet, zum lothrechten in der Richtung ae, wie ad : ae, oder wenn man den Druck in der Richtung ad mit π, und den in der Richtung ae mit λ ausdrückt; so ist

$\pi : \lambda = ad : ae.$

Nun ist $\triangle ead \sim \triangle cae \sim \triangle cig.$
Also $ad : ae = ci : cg.$ Mithin

$\pi : \lambda = ci : cg$, und

$$\lambda = \frac{\pi . cg}{ci}$$

Es

Es ist aber $\pi = ci . ao . r$ (§. 178). Also

$$\lambda = \frac{ci . ao . cg . r}{ci} = ao . cg . r = ao . bl . r$$

Nun giebt a o . b l den Raumesinhalt der Wassersäule m b l n = m c i n, wegen der Gleichheit der Dreyecke b c a, und a i l.

Also ist der Druck, den der Seitentheil i c nach unten leidet, dem Gewichte der darauf stehenden Wassersäule gleich.

Eben dieses gilt von jeder Stelle der Seite r s.

Folglich ist der Druck, den die ganze Seite r s nach unten leidet, dem Gewichte des Wassers u r s gleich.

Eben so leidet die Seite p q nach unten nur den Druck des Wassers p q t.

Wer demnach das Gefäß trägt, hat das Gewicht der ganzen Wassermasse, und des Gefässes selbst zu tragen, obgleich der Boden nur den Druck der Wassersäule t q r u auszuhalten hat.

§. 202.

Auf gleiche Weise erhellet aus der 77sten Figur, daß, obgleich der Theil x z des Bodens einen Druck leidet, der dem Gewicht der Wassersäule m x z n gleich ist, doch der diesem Theile korrespondirende Seitentheil i c zugleich einen Druck aufwärts auszustehen habe, der

 dem

dem Gewicht der Wassersäule m c i n gleich ist, und daß folglich die ganze Seite p y senkrecht in die Höhe gedrückt werde mit einer Kraft, die ihrer Grösse nach dem Gewichte des Wassers y p r gleich kömmt.

Eben dieß gilt auch von der Seite w q.

Ob also gleich das Gefäß vermög dem Drucke, den das Wasser auf den Boden ausübt, abwärts drückt mit einer Kraft, die gleich dem Gewichte des Wassers t w p r = t w q + q w p y + y p r; so wird es doch zugleich wiederum aufwärts getrieben mit einer Kraft, die gleich ist dem Gewichte des Wassers in den Räumen t w q + y p r, so daß dem Druck nach unten nur mehr der Druck des Wassers q w p y übrig bleibt.

Die Sache hat die größte Aehnlichkeit mit dem, wenn einer, der auf einer Wage im Gleichgewicht ist, mit einem Stabe den Aufhängspunkt der Schaale, auf der er steht, in die Höhe drückt. Obgleich hiedurch der Druck auf die Schaale vermehrt wird; so bleibt doch das Gleichgewicht, weil der nach unten vermehrte Druck durch den nach oben aufgehoben wird.

§. 203.

Was von jedem der vorigen zwey Gefässe insbesondere gilt, das gilt auch von einem aus beyden zusammengesetzten (Fig. 78.). Die Stelle b leidet einen Druck abwärts = b c, die

die senkrecht darüber stehende a aber einen aufwärts = a c; so daß von jenen nur mehr der Druck = a b übrig bleibt.

Zus. Hieraus ersieht man, daß der Druck den ein flüssiger Körper auf den Boden eines Gefässes ausübt, von seinem Gewicht, wohl unterschieden werden müsse.

§. 204.

Für die aus der Stelle m n o p (Fig. 73.) getriebene Wassermasse giebt es einen Schwerpunkt a, durch welchen die vereinigte Wirkung des unter dem Körper d o liegenden Wassers gieng, welches diese Masse erhielte (§. 87. Zus. 3.) Diese Wirkung bleibt die nemliche, es mag der Raum m n o p mit Wasser, oder mit einem Theile des Körpers erfüllt seyn. (§. 189.). Erhält sie also den Körper schwimmend; so befindet sich sein Schwerpunkt, und der Punkt, durch den die Wirkung des Wassers geht, d. i. der Schwerpunkt a der Wassermasse, deren Raum er einnimmt, in einer und ebenderselben Vertikallinie t a r.

Wenn also m n (Fig. 79.) ein Parallelepipedum von Holz bedeutet, das seinen Schwerpunkt in c hat, und a der Schwerpunkt der aus der Stelle getriebenen Wassermasse ist, so kann es in dieser Lage nicht bleiben, sondern muß eine andere annehmen. Aber welche? —

Dieß

Dieß läßt sich aus der Lehre vom Schwerpunkt bestimmen.

§. 205.

Die niedrigste Stelle des Schwerpunkts ist diejenige, in welcher er der Grundfläche des Körpers am nächsten ist; denn von dieser aus wird die Höhe des Schwerpunkts geschätzt. Da nun der Schwerpunkt unter allen Stellen, die niedrigste einnimmt (§. 88.); so muß ein Körper unter allen ihm möglichen Lagen diejenige von selbst annehmen, bey welcher sein Schwerpunkt der Grundfläche am nächsten ist.

Nun stelle man sich unter e d (Fig. 79.) das Parallelepipedum m n auf seiner schmalen Seite schwimmend vor; so ist c α die Entfernung des Schwerpunkts c von der Grundfläche o d. Stellt man sich aber das nemliche Parallelepipedum unter g b auf der breiten Seite Schwimmend vor; so ist c a die Entfernung des Schwerpunktes c von der Grundfläche h b. Folglich ist bey dieser Lage der Schwerpunkt der Grundfläche näher, liegt folglich niedriger als bey der ersten. Es kann sich also das Parallelepipedum m n bey seiner Wendung nicht auf die schmale, sondern muß sich auf die breite Seite legen. Wollte man es auch versuchen, dasselbe auf die schmale Seite zu legen; so würde die Mühe umsonst sonst seyn, weil bey der mindesten Bewegung des Wassers, die alle-

mal

mal unvermeidlich ist, der Schwerpunkt aus der §. 204 genannten Vertikallinie hinausfallen würde.

Daher schwimmt ein Brett nur auf der breiten Seite. Ein runder Baum hingegen, oder eine Kugel, wenn sie gleichförmig dichte sind, schwimmen in jeder Lage, die man ihnen giebt.

§. 206.

Wenn g (Fig. 80) ein leeres auf Wasser gesetztes Trinkglas ist, das in c seinen Schwerpunkt hat; so kann man sich leicht vorstellen, daß dieser der Grundfläche näher ist, wenn das Glas auf der Seite liegt, als wenn es die aufrechte Stellung hat. Es muß daher bey der mindesten Bewegung des Wassers umfallen. Hätte es aber die Form einer Schaale h; so könnte es sich aus der entgegengesetzten Ursache nicht umlegen.

§. 207.

Man halte das leere Glas g aufrecht und giesse Wasser, oder Quecksilber hinein; so wird sein Schwerpunkt c in der durch den Schwerpunkt a der auf die Seite getriebenen Wassermasse gehenden Vertikallinie tiefer hinab kommen, und einmal in a selbst fallen, wobey dann das Glas von selbst in aufrechter Stel-

lung bleiben muß, und nicht mehr umfallen kann, weil c aus der genannten Vertikallinie nicht mehr herauskommen kann.

Fahrt man fort hineinzugiessen; so kann c unter b hinabkommen, wie bey d, und das Glas, wenn es auch von der vertikallen Stellung abgebracht wird, muß diese von selbst wiederum annehmen, weil es nicht anders, als wenn c in der durch a gehenden Vertikallinie liegt, ruhen kann.

Hieraus erhellet, warum man in den Schiffen die schwersten Körper zu unterst legt, und, wenn man die gehörige Ladung nicht hat, Ballast einnimmt.

Ein Kahn ist dem Umschlagen weniger ausgesetzt, wenn die Leute darinn sitzen, als wenn sie stehen.

Die

Die Aerostatik,

oder

die Wissenschaft vom Gleichgewicht ausdehnbarer Flüssigkeiten.

§. 208.

Es ist gleich anfangs in der Hydrostatik erinnert worden, daß es zweyerley Arten von Flüssigkeiten gebe. Einige stellen sich, wenn sie sich selbst ganz überlassen sind, und keine fremde Kraft darauf wirket, von selbst in einen allenthalben begrenzten, und zwar kugelförmigen Raume dar, indem sie Tropfen bilden. Von diesen ist in der Hydrostatik gehandelt worden. Andere hingegen, anstatt sich in einem allenthalben begränzten Raume darzustellen, breiten sich im Raume überall, und wenn dieser nicht zu groß ist, gleichförmig aus, und heissen **ausdehnbare**, oder **elastische Flüssigkeiten**.

Von diesen sind nur die Luft, und die Dünste von der Art, daß sie sich in Gefässe einschliessen, und doch auf solche Art in einem allenthalben begränzten Raume, und folglich als Körper, darstellen lassen. Alle übrige, als Licht, Feuer u. d. gl. lassen sich nicht so behandeln, und

auf

auf keine Art als Körper darstellen. Der Begriff vom Gewicht läßt sich mit ihnen gar nicht verbinden. Zusammendrücken lassen sie sich auch nicht, um dadurch die Stärke ihrer Ausdehnbarkeit bestimmen zu können, und es giebt durchgehends kein Mittel dieselben mit irgend einer Kraft ins Gleichgewicht zu bringen. Sie können also nicht in die Lehre vom Gleichgewicht gebracht werden. Folglich bleiben hiezu nur die Luft und die Dünste übrig.

Weil aber die Dünste theils keine permanent elastische Flüssigkeit sind, indem ihre Existenz von einem gewissen Grade der Temperatur abhängt, theils in Ansehung des Druckes, den sie sowohl durch ihre Schwere, als durch ihre Ausdehnbarkeit ausüben, mit der Luft übereinkommen, diese aber eine permanent elastische, und überall verbreitete Flüssigkeit ist; so hat man der Wissenschaft vom Gleichgewicht elastischer Flüssigkeiten von der Luft her den Namen: **Aerostatik** gegeben.

§. 209.

Unter der Luft versteht man jene unsichtbare, durchsichtige, farben- und geschmacklose Materie, die unsern Erdball allenthalben umgiebt, von uns beständig aus- und eingeathmet, und wenn wir mit der Hand schnell beym Gesicht vorbeyfahren, als ein sanfter Wind empfunden wird.

§. 210.

§. 210.

Satz. Die Luft läßt sich zusammendrücken, und dehnt sich bey nachlassenden Druck von selbst wieder in ihren vorigen Raum aus.

Wenn man ein leeres Glas umgekehrt ins Wasser stürzt, so daß der Rand desselben ringsherum die Oberfläche des Wassers zugleich berührt, und also keine Luft heraustretten kann; so beobachtet man, daß, je tiefer man das Glas einsenket, desto mehr Wasser in dasselbe hineintrette.

Die Luft läßt sich also zusammendrücken.

Zieht man das Glas aus dem Wasser wiederum heraus; so wird dieses im Glase immer weniger, je kleiner der Druck des Wassers auf die enthaltene Luft wird.

Diese dehnt sich also bey nachlassenden Druck von selbst wieder in den vorigen Raum aus.

Diese Eigenschaft der Luft wird in der Experimentalphysik durch mehrere Versuche dargethan.

Zus. Weil die Luft als eine ausdehnbare Flüssigkeit sich im Raume zu verbreiten strebt; so muß ihre Ausdehnungskraft mit der zusammendrückung wachsen, und sie läßt sich folglich nur so lange zusammendrücken, bis ihre Ausdeh-

dehnungskraft mit der zusammendrückenden Kraft im Gleichgewicht ist.

§. 211.

Satz. Die Luft ist schwer.

Wenn man eine an beyden Enden offene Röhre ins Wasser steckt; so füllt sie sich mit Wasser so hoch, als es von aussen steht. (§§. 181, 182.)

Verschließt man nun die obere Oeffnung mit dem Finger, und zieht die Röhre aus dem Wasser heraus; so bleibt dieß in selber hangen, obgleich die Röhre unten offen ist, nur darf die untere Oeffnung nicht zu weit seyn, weil sonst die untere Wasserfläche nicht ruhig wäre, und die anliegende Luft eindringen, das Wasser trennen, und als Blasen in die Höhe steigen würde.

Dieß Hangenbleiben kann aber weder vom Finger, noch vom Glase herkommen.

Also muß es von einer andern, und zwar dem Wasser von unten hinauf entgegen wirkenden Kraft hergeleitet werden.

Da nun unten nichts ist als die Luft; so muß diese in die Höhe drücken.

Diese Kraft in die Höhe zu drücken ist bey der Luft entweder eine ursprüngliche, oder abgeleitete Kraft.

Das erste kann nicht seyn, weil sonst in jeden Augenblick alle Luft von der Erde sich entfernen

würde,

würde, und es wirklich unbegreiflich wäre, wie demohngeachtet immer Luft da seyn könnte.

Also muß diese Kraft eine abgeleitete seyn.

Nun läßt sie sich aber nirgend anderswo herleiten, als von dem Bestrebn herabsinken, d. i. von ber Schwere.

Also ist die Luft schwer.

Zus. 1. Jede Luftportion ist also von allen Seiten her von der sie umgebenden zusammengedrückt, und zwar so stark, daß ihre ausdehnende Kraft der zusammendrückenden gleich ist (§. 210. Zus.)

Zus. 2. Wenn man also von einer Luftportion die sie umgebende Luft wegschaffet; so muß sie sich im ganzen Raum gleichförmig ausbreiten.

Zus. 3. Da die ausdehnende Kraft der Luft mit der zusammendrückung, mit dieser aber die Dichtigkeit derselben wächst; so ist die ausdehnende Kraft der Luft desto grösser, je dichter sie ist. Je dünner hingegen die Luft ist, desto kleiner ist ihre Ausdehnungskraft.

Zus. 4. Die Luft ist an der Oberfläche der Erde herunten mehr zusammengedrückt, folglich auch dichter und ausdehnbarer, als oben.

§. 212.

§. 212.

Wenn die Luft nur allein ausdehnbar, und nicht zugleich auch schwer wäre; so müste sie sich im ganzen Raume des Universums verbreiten, denn es wäre nichts da, was ihr bey ihrer Ausdehnung Grenzen setzte.

Allein weil sie schwer ist; so wirket die Schwere ihrer ausdehnenden Kraft, insofern sie sich dadurch von der Erde entfernen will, entgegen, und schränkt sie auf gewisse Grenzen ein, die sie nicht überschreiten kann.

Zus. Die Luft läßt sich daher sowohl zu den Körpern, als zu den ausdehnbaren Flüssigkeiten rechnen. Zu den Körpern zwar, insofern sie sich nicht nur in Gefässe einschliessen läßt, sondern auch insofern sie um die Erde herum innerhalb gewissen Grenzen enthalten ist. Zu den ausdehnbaren Flüssigkeiten aber gehört sie, weil sie sich innerhalb ihren natürlichen Grenzen nach allen Seiten verbreitet.

§. 213.

In dem Gefässe a b c d (Fig. 81.) sey Luft enthalten, und a d die natürliche Grenze ihrer Ausdehnung; so muß sie wie das Wasser (§. 177.) eine horizontale Oberfläche a d bilden. Denn sie leidet als eine Flüssigkeit in ihren Theilen gar keine Reibung. Es muß sich also

ein

ein jeder derselben vermög seiner Schwere der Erde, oder vielmehr dem Mittelpunkt derselben so viel nähern, als er kann. Es kann also keiner über den andern, als über einer geneigten Ebene liegen bleiben. Es kann mithin in der Oberfläche keiner höher liegen, als der andere, d. i. sie müssen eine horizontale Oberfläche bilden.

§. 213.

Satz. Die Luft, als eine ausdehnbare Flüssigkeit hat absolute Dichtigkeit, wie das Wasser. (§. 180)

Denn da sie eine schwere Flüssigkeit ist (§. 211.); so muß ihr als solcher eben so, wie dem Wässer (§. 170) absolute Dichtigkeit zukommen, und die Ausdehnbarkeit ist ihr hierinn gar kein Hinderniß. Denn gesetzt im Raume e b c f sey Wasser, und dieses verwandle sich in Luft, die sich vermög ihrer Ausdehnbarkeit bis a d ausbreitet; so kann diese viel dünnere Luft den Raum a b c d eben so gut völlig ausfüllen, als zuvor das viel dichtere Wasser den Raum e b c f erfüllt hat. Obgleich der Raum e b c f itzt viel weniger Materie enthält; so ist doch gar keine Ursache da, warum diese wenigere Materie diesen Raum nicht eben so gut völlig erfüllen sollte, ihn zuvor die viel dichtere erfüllet hat.

§. 215.

Mithin drückt jedes Lufttheilchen im Stande des Gleichgewichts nach allen Seiten gleich stark, eben so wie das Wasser (§. 171.)

§. 216.

Wie beym Wasser (§. 173.) so drückt auch bey der Luft ein jedes Theilchen auf das, was selbes unterstützt, für sich allein, ohne daß auch die darneben sich befindende darauf einigen Druck ausüben.

§. 217.

Es seyen die drey Gefässe ac, en, rp (Fig. 82.) so hoch, daß sich die Luft in denselben bis zu ihrer natürlichen Grenze ag ausbreiten könne, und man setze, daß die Böden bc, mn, op einander gleich seyen; so läßt sich auf eine ähnliche Art wie oben (§. 175.) beweisen, daß die Böden von der Luft auch gleich stark gedrückt werden.

§. 218.

Es ist augenscheinlich, daß der Druck, den der Boden mn des gleichförmigen Gefässes cn leidet, der Schwere der über ihn stehenden Luftsäule emnq gleich seye.

Da

Da nun bc, und op den nemlichen Druck leiden (§. 217.); so ist der Druck, der auf sie geschieht ebenfalls der Schwere der Luftsäule emnq = ubcw = sopt gleich.

Ueberhaupt beträgt also der Druck der Luft auf eine Fläche, allemal so viel, als die Schwere einer senkrechten über derselben stehenden Luftsäule.

§. 219.

Hier könnte man leicht auf den Gedanken kommen, daß sich der Druck der Luft auf eine horizontale Fläche, wie beym Wasser (§. 176.) verhalte wie das Produkt aus der Grösse der Fläche, und der Höhe der Luft über derselben, und daß man die Grösse des Druckes auf eine gegebene Fläche erhalte, wenn man, wie beym Wasser (§. 177.) die Grösse der gegebenen Fläche mit der Höhe der Luft, und mit dem Gewicht eines Kubikfusses, oder einer Kubikzoll Luft multiplizirt.

Allein dieß gilt hier nicht, weil die Luft nicht auf und auf gleiche Dichtigkeit hat, wie das Wasser, sondern nach oben zu immer dünner wird, und folglich im nemlichen Raumesinhalt immer weniger wiegt je höher man hinaufkommt. (§. 211. Zus. 4.) Z. B. die Luftsäule emnq (Fig. 82.) ist nicht nochmal so schwer, als die halb so grosse αmnβ.

§. 220.

Man nehme eine ohngefehr 30 Zoll lange, an einem Ende verschlossene Glasröhre a b (Fig. 83.), fülle sie mit Quecksilber, lege den Finger auf die Oeffnung a, kehre sie um, fahre damit unter das Quecksilber c n d, und ziehe uuter demselben den Finger von der Oeffnung a weg; so wird das Quecksilber in der Röhre zwar sinken, doch aber bey g stehen bleiben, so daß die senkrechte Höhe e g ohngefehr 27 Zoll beträgt.

Da dieß Hangenbleibeu des Quecksilbers offenbar vom Druck der Luft auf die Oberfläche c d herkommt; so ist es ein Beweis, daß die Luft so stark, als eine 27 Zoll oder 2,25 Fuß hohe Quecksilbersäule drücke.

Nun hält eine 27 Zoll hohe Quecksilbersäule das Gleichgewicht mit einer 30,528 Fuß hohen Wassersäule (§. 187. Zus. 1.)

Also ist der Druck der Luft auch gleich einer 30,528 Fuß hohen Wassersäule.

Zus. 1. Man kann demnach statt dem Druck der Luft den Druck einer 27 Zoll hohen Quecksilb, rsäule, oder einer 30,528 Fuß hohen Wassersäule nehmen.

Zus. 2. Die Höhe jener Wasser- oder Quecksilbersäule nennt man **die dem Drucke der Luft zugehörige Höhe.**

§. 121.

Demnach ist es leicht

Aufg. Den Druck der Luft auf eine gegebene Fläche zu finden.

Man multiplizire die gegebene Fläche entweder mit 2,25 oder mit 30,528 und das Produkt im ersten Falle mit 949,76, im zweyten mit 70; so zeigt das letzte Produkt die Grösse des Druckes an.

Z. B. Es sey die gegebene Fläche = 1 Quadratfuß; so ist das erste Produkt = 1.30,528 = 30,528 welches anzeigt, daß die Luft auf die Fläche eines Quadratfusses so stark, als eine Wassersäule von 30,528 Kubikfussen drücke. Will man die Grösse dieses Druckes haben; so muß dieses Produkt mit 70 multiplizirt werden, weil nemlich ein Kubikfuß Wasser 70 Pf. wiegt. Und es ist die Grösse des Druckes = $30,528 \times 70$ = 2136,96 Pf.

Wäre die Fläche nicht in Quadratfussen, sondern in einem andern Maaße gegeben; so könnte man dieselbe auf Quadratfuß reduzieren, um sie mit den Zahlen 2,25, oder 30,528, welche Fusse bedeuten, multipliziren zu können.

Zus. 1. Also ist der Druck der Luft auf einen Quadratzoll, oder auf $\frac{1}{144}$ eines Quadratfusses $= \frac{2136,96}{144} = 14,84$ Pf.

Zus. 2. Ist die gegebene Fläche eine Zirkelfläche von 1 Zoll im Durchmesser; so ist dieselbe $= \frac{157}{200}$ Quadratzoll, und der Druck der Luft darauf $= \frac{157}{200} \cdot 14{,}84 = 11{,}6494$ Pf.

§. 222.

Gesetzt in einem der kommunizirenden Räumen t a, und h a (Fig. 67.) nemlich in in t a befinde sich Luft, und e t sey die Höhe, die sie durch ihre Ausdehnbarkeit erreicht; so muß in dem andern Raume h a das Wasser 30,528 Fuß hoch stehen, wenn es mit der Luft in t a im Gleichgewicht seyn, und das herüberströmmen durch d a verhindern soll (§. 220). Befände sich umgekehrt in h a die Luft bis auf die Höhe a e; so müste in t a das Wasser 30,528 Fuß hoch stehen, wenn keine Luft durch d a herüberströmmen sollte. Wenn demnach im den zwey kommunizirenden Räumen sich die Luft in gleicher Höhe befindet; so sind die Drückungen, die sie in der Oeffnung a d nach entgegengesetzten Seiten ausübt, einander gleich.

§. 223.

Es sey die Oeffnung d a verschlossen, h a vollkommen luftleer, a t aber mit Luft erfüllet,

die

die sich bis zur Höhe c t ausgedehnt hat. Nun werde d a eröffnet, daß die Luft ungehindert in h a hinüber tretten kann; so wird das Hinübertretten so lange dauern, bis die Luft in h a eben so stark drückt, als die in t a, d. i. bis jene eben so dicht ist, als diese (§. 211. Zus. 3), bis sie folglich in gleich hohen Stellen der beyden Räume von der darüberstehenden gleich stark zusammengedrückt wird, bis sie folglich in beyden Räumen gleiche Höhe erreichet hat.

Zus. Sowohl in diesem als vorhergehenden §. wird vorausgesetzt, daß die Luft von jedem Einfluß einer auswärtigen Ursache z. B. der Wärme frey seye.

§. 224.

Gesetzt das Gefäß h a habe einen festen Boden i f; so daß die Luft in selben jene Höhe nicht erreichen kann, die sie in andern Gefässen hat; so wird i f einen Druck aufwärts leiden, zugleich aber selbst durch seinen Widerstand einen eben so starken Druck abwärts ausüben, und die Luft im Raum i a wird von der aus a herströmenden so lange zusammgedrückt, bis sie so dicht geworden, daß sie mit dieser das Gleichgewicht halten kann.

Da die Zimmer durch die Thüren und Fenster mit der äussern Luft Kommunikation haben; so muß diese durch jene solange hereindringen, bis die innere Luft der äussern das

Gleich=

Gleichgewicht hält. Mithin ist der Druck der Luft in dem Zimmer der nemliche, wie unter freyen Himmel.

§. 225.

Da man immer weniger Luft über sich hat, je weiter man sich von der Erde entfernt, und folglich ihre Dichtigkeit, mithin auch ihr Druck immer abnimmt; so würde das Quecksilber in der Röhre a b (Fig. 83.) auf dem Gipfel eines hohen Berges merklich niedriger stehen müssen, als an dem Fusse desselben, oder an dem Ufer Meeres. Auf dem Gipfel des Montblanc, den Hr. v. Seaußür 1787 zum erstenmale erstiegen, stand das Quecksilber nur mehr 16 Zoll hoch. Aus der entgegengesetzten Ursache müste es über 27 Zoll steigen, wenn man die nemliche Anrichtung tief unter die Erde hinabbrächte.

§. 226.

Aber auch ohne diese Anrichtung von Ort, und Stelle zu bringen, lehrt die tägliche Erfahrung, daß das Quecksilber nicht immer gleichhoch stehe, zum sichern Beweis, daß der Druck der Luft sich immer verändere.

Um diese Aenderungen bequemer beobachten zu können, pflegt man sich statt der vorigen Anrichtung, die sehr unbequem ist, und viel

Queck-

Quecksilber erfordert des bekannten Barometers zu bedienen. (Fig. 84.)

Dieser besteht aus einer oben bey b zugeschlossenen, unten aber krum aufwärts gebogenen, und mit einer Kugel, die bey m offen ist, versehenen Glasröhre. Wenn man diese Röhre samt der Kugel an einem in Zoll und Linien eingetheilten Brett befestiget; so kann mans an einem Nagel oder Hacken aufhängen, in senkrechte Richtung bringen, und den jedesmaligen Stand des Quecksilbers sehr bequem beobachten.

Die Abtheilungen des Brettes müssen genau an der Oberfläche des Quecksilbers in der Kugel, nemlich bey dem Punkt e, den man den Niveau Punkt nennet, anfangen, weil nur die Quecksilbersäule e g von der Luft gehalten wird. Es ist aber leicht einzusehen, daß der Punkt e, wenn das Quecksilber steigt, oder fällt, seine Stelle allemal ändern, im ersten Falle um etwas herab, im zweyten um etwas hinauf rücken müsse. Um diesem abzuhelfen, oder es wenigst bis auf eine unmerkliche Kleinigkeit zu bringen, muß die Kugel ziemlich groß seyn. Wenn der Durchmesser der Kugel = 12 Linien, und der Durchmesser der Röhre im Lichten = 1 Lin. so ist die größte Durchschnittsfläche der Kugel 144mal grösser, als die der Röhre, und wenn das Quecksilber um 2 Zoll, oder 24 Lin. steigt oder fällt über welche Grenzen es am nemlichen Orte sehr selten, oder gar nie hinaus geht; so beträgt dieß

in

in der Kugel nur $\frac{1}{6}$ Lin. um die es in selber ebenfalls fällt oder steigt, welches als eine Kleinigkeit bey Seite gesetzt werden kann.

Zus. Ein Barometer läßt sich als zwey kommunizirende Röhren betrachten, in welchen das Quecksilber mit der Luft im Gleichgewicht ist.

§. 227.

Den eben beschriebene Barometer nennt man den gemeinen. Es giebt noch andere Arten, nemlich den mit oben gebogener, schiefliegenden Röhre vom Morland. Den in Gestalt eines Winkelhakens gebogenen vom Bernoulli. Den mit der Rolle vom Hoocke. Den mit zwey vertikalen Schenkeln und zwey Skalen vom de Lüc. Den kegelförmigen des Amontons. Den Doppelbarometer von Hrn. P. Epp, der sich vor andern wegen der leichten Art zu füllen empfiehlt. Die zusammengesetzten Barometer vom Hoock, Hüygen und de la Hire, die ausser dem Quecksilber noch eine andere Flüssigkeit von geringerer Art enthalten.

§. 228.

Wenn man zwischen der kleinsten und größten Barometerhöhe eines Tages das arithmetische Mittel nimmt; so ist dieß die mittlere Barometerhöhe dieses Tags. Z. B. gestern war

die

die gröste Barometerhöhe = 27 Zoll 6 Lin.
— kleinste — — = 26 — 1 — so ist

die Summe = 53 — 7 —, welche mit 2 dividirt das arithmetische Mittel, und folglich die Barometerhöhe des gestrigen Tages = 26 Zoll, 9,5 Lin. giebt.

Wenn man die mittlere Barometerhöhe von den 12 Monathen eines Jahres zusamm addirt; und die Summe durch 12 dividirt; so ist der Quotient die mittlere Barometerhöhe des ganzen Jahres.

Die mittlere Barometerhöhe eines Ortes überhaupt bekommt man, wenn man die mittleren Höhen mehrerer Jahre addirt, und die Summe durch die Anzahl der Jahre dividirt.

§. 229.

Auf solche Art hat man die mittlere Barometerhöhe für nachstehende Orte gefunden:

Am Ufer des Meeres	28 Zoll,	4,75 Lin.
Zu Upsal : :	28 —	3,50 —
Padua : :	27 —	11,50 —
Paris : :	27 —	6,00 —
Regensburg * :	27 —	0,00 —
Nürnberg : :	26 —	11,00 —
Ingolstadt : :	26 —	10,10 —
Amberg : :	26 —	10,00 —
München : :	26 —	4,00 —
Peissenberg : :	24 —	11,81 —
Gothhardsberg :	21 —	7,50 —

* Die

* Die mittlere Höhe für Regensburg ist wahrscheinlicher Weise die zuverlässigste aus allen, denn sie ist das Resultat von mehr als 29000 Beobachtungen, welche mein verehrtester Hr. Kollega Titl. Plazidus Heinrich von St Emmeram, ordentlicher Lehrer der Physik auf der hiesigen Universität, sowohl bey Nacht als bey Tag mit ununterbrochenem Fleiße nicht nur selbst gemacht, sondern sogar auch mit unverdrossenster Mühe auf die Temperatur von 10 Gr. reaum. Skala reduzirt hat.

Zus. Aus dieser Tafel sieht man welche Orte höher, oder tiefer liegen, als die andern. Z. B. München liegt höher, als Ingolstadt, Regensburg, Amberg u. d. gl.

§. 230.

Aufg. Die Grösse des Druckes zu zu finden, welchen die Luft an einem Orte, z. B. zu Regensburg bey der mittlern Barometerhöhe auf unsern Körper, dessen Oberfläche man überhaupt 14 Quadratfuß schätzet, ausübt.

Man bringe die in Zoll und Linien gegebene mittlere Höhe des Ortes auf Fusse, und multiplizire sie mit 14, als der Zahl, welche die Grösse der Oberfläche unsers Körpers ausdrückt, und mit 949,76, welche Zahl das Gewicht eines Kubikfusses Quecksilber anzeigt; so ist das lezte

Pro-

Produkt die Zahl für die Grösse des Druckes, den die Luft am gegebenen Orte bey der mittlern Barometerhöhe desselben auf unsern Körper ausübt. Da die mittlere Barometerhöhe für Regensburg = 27 Zoll = 2,25 Fuß; so ist daselbst der Druck der Luft auf unsern Körper = 2,25 X 14 X 949,76 = 29917,44 Pf.

§. 231.

Dieß ist der Druck der Luft auf unsern Körper bey einer 27zölligen Barometerhöhe. Folglich ist bey einer Barometerhöhe von 1 Zoll $= \frac{29912,44}{27} = 1108,05$ Pf. woraus sich der Druck finden läßt für eine, 2, 3, 4 u. s. w. zollige Barometerhöhe. Es ist nemlich der Druck der Luft auf unsern Körper

bey der Barometerhöhe von			1 Zoll	=	1108,05 ℔.
—	—	—	2 —	=	2216,10 —
—	—	—	3 —	=	3324,15 —
—	—	—	4 —	=	4432,20 —
—	—	—	5 —	=	5540,25 —
—	—	—	6 —	=	6648,30 —
—	—	—	7 —	=	7756,35 —
—	—	—	8 —	=	8864,40 —
—	—	—	9 —	=	9972,45 —
—	—	—	10 —	=	11080,50 —
—	—	—	11 —	=	12188,55 —
—	—	—	12 —	=	13296,60 —

Man

Man dividire 1108,05 Pf. durch 12; so ist der Druck der Luft auf unsern Körper für eine Barometerhöhe von 1 Lin. = 92,33 ℔, und daher

—	—	2 —	= 184,66	—
—	—	3 —	= 276,99	—
—	—	4 —	= 369,32	—
—	—	5 —	= 461,65	—
—	—	6 —	= 553,98	—
—	—	7 —	= 646,31	—
—	—	8 —	= 738,64	—
—	—	9 —	= 830,97	—
—	—	10 —	= 923,30	—
—	—	11 —	= 1015,63	—

Wenn man die 92,33 Pf. durch 10 dividirt; so ergiebt sich der Druck auf unsern Körper für die Barometerhöhe von 0,1 Lin. = 9,23 Pf. Folglich

—	—	0,2 —	= 18,46	—
—	—	0,3 —	= 27,69	—
—	—	0,4 —	= 36,92	—
—	—	0,5 —	= 46,15	—
—	—	0,6 —	= 55,38	—
—	—	0,7 —	= 64,61	—
—	—	0,8 —	= 73,84	—
—	—	0,9 —	= 83,07	—

Mittels dieser Tabellen läßt sich mit leichter Rechnung finden, um wieviel der Druck der Luft auf unsern Körper bey jedesmaliger Veränderung des Barometers grösser, oder kleiner geworden.

Gesetzt das Quecksilber im Barometer sey seit gestern um 3,4 Lin. gestiegen; so ist

3 Lin.

3 Lin. = 276,99 Pf.
0,4 Lin. = 36,92 Pf. Mithin

3,4 Lin. = 313,91 Pf. Um soviel ist nemlich der Druck der Luft seit gestern auf unsern Körper grösser geworden.

Diesen so grossen Druck der Luft auf unsern Körper würden wir nicht aushalten können, wenn wir nicht auch in allen hohlen und flüssigen Theilen unsers Körpers Luft hätten, welche von innen heraus mit der äussern das Gleichgewicht hält. Die festen, besonders die hohlen Theile unsers Körpers scheint die weise Natur besonders deswegen gewölbförmig gebaut zu haben, damit sie dadurch desto geschickter werden, den Druck der Luft auf unsern Körper auszuhalten.

Im gesunden Zustande merken wir es freylich nicht, wenn sich mit dem Barometer auch der Druck der Luft auf uns verändert, denn diese Veränderungen geschehen nicht augenblicklich sondern allmählig, und unser Körper gewinnt Zeit genug sich nach demselben zu richten. Indessen können die Barometerveränderungen, besonders wenn sie stark und schnell sind, auf den kranken Körper, vorzüglich in gewissen Krankheiten einen merklichen Einfluß haben, und einen geschickten Arzte kann der Barometer keine so ganz unbedeutende Geräthschaft in seinem Zimmer seyn.

§. 232.

§. 232.

Aus §. 211. Zus. 4. weis man zwar, daß die Luft in den untern Schichten mehr zusammgepreßt, und dichter, folglich auch ausdehnbarer sey, als in den obern. Dadurch ist aber noch keineswegs das Gesetz bekannt, nach welchem die Ausdehnbarkeit von unten nach oben abnimmt.

Indessen haben die Versuche des Boyle, Mariotte und Bouguer gezeigt, daß sich die Luft bey gleicher Wärme sowohl auf der Oberfläche der Erde, als auf den höchsten Bergen von einer zweyfachen, dreyfachen ꝛc. Kraft, in einer zweymal, dreymal ꝛc. so kleinen Raum zusammendrücken lasse.

Mithin verhält sich die Dichtigkeit, und folglich auch die Ausdehnbarkeit der Luft an jeder Stelle über der Erdfläche, wie die Kraft, mit der sie von der darüber stehenden Luft zusammengepreßt wird.

§. 233.

Aufg. Das Gesetz zu finden, nach welchem die Dichtigkeit und folglich auch die Ausdehnbarkeit der Luft bey einerley Wärme von unten nach oben zu abnimmt.

Es sey a b (Fig. 85.) ein wagrecht ebener Theil der Oberfläche der Erde, und zwischen den

auf

auf a b senkrecht stehenden Parallelen a f, b g sey eine Luftsäule enthalten, die sich bis ans Ende der Athmosphäre erstrecket.

Man theile a f in sehr viele, kleine und gleiche Theile a c, c e, e i, und lege durch die Theilungspunkte eben so viele wagrechte Ebenen c d, e h, i l u. s. w.; so wird dadurch die Luftsäule in lauter kleine Schichten c a b c, e c d h u. s. w. von gleicher Höhe und Grösse abgetheilt.

Weil die Höhen dieser Schichten sehr klein sind; so kann man in jeder derselben die Dichtigkeit der Luft als Gleichförmig annehmen, und weil die Schichten alle gleich groß sind; so verhalten sich die Dichtigkeiten der Luft in den verschiedenen Schichten wie die Gewichte (§. 32. Zus. 2.)

Wenn nun der Luft
in den Schichtrn a b d c, c d h e, e h l i u. s. w.
Dichtigkeit d, d', d'' u. s. w.
Gewicht r, r', r'' u. s. w.
ist; so ist

$d : d' = r : r'$

$d' : d'' = r' : r''$ u. s. w.

Der Druck der ganzen Luftsäule auf a b, heisse α, auf c d, e h, i l, u. s. w. heisse β, γ, δ, u. s. w. so ist

$d : d' = \beta : \gamma$

$d' : d'' = \gamma : \delta$ u. s. w. (§. 232.)

Nun

Nun ist der Druck auf c d um das Gewicht r kleiner, als der Druck auf a b. Mithin ist $\beta = \alpha - r$. Eben so ist

$\gamma = (\alpha - r) - r' = \alpha - r - r'$

$\delta = (\alpha - r - r') - r'' = \alpha - r - r' - r''$ u.s.w.

Folglich

$d : d' = \alpha - r : \alpha - r - r'$

$d' : d'' = \alpha - r - r' : \alpha - r - r' - r''$, u.s.w.

Wie auch nach obigen

$r : r' = \alpha - r : \alpha - r - r'$

$r' : r'' = \alpha - r - r' : \alpha - r - r' - r''$, u. s. w.

Mann addire die vorhergehenden und nachfolgenden Glieder; so bekommt man

$r : r' = \alpha : \alpha - r$

$r' : r'' = \alpha - r : a - r - r' -$ u. s. w. Mithin nach unmittelbar vorhergehenden

$\alpha : \alpha - r = \alpha - r : \alpha - r - r'$

$\alpha - r : \alpha - r - r' : \alpha - r - r' - r''$ u. s. w.

Man substituire die obigen Buchstaben; so ist

$\alpha : \beta = \beta : \gamma$. Also $\gamma = \frac{\beta^2}{\alpha}$, und $\gamma^2 = \frac{\beta^4}{\alpha^2}$

$\beta : \gamma = \gamma : \delta$. Also $\delta = \frac{\gamma^2}{\beta} = \frac{\beta^4}{\alpha^2 \beta} = \frac{\beta^3}{\alpha^2}$ u. s. w.

Da nun die Drückungen der Luft auf a b, c d, e h u. s. w. fortgehn wie α, β, γ, δ u.s.w. so folgen sie auch in folgender Ordnung aufeinander

$$\alpha, \beta, \frac{\beta^2}{\alpha}, \frac{\beta^3}{\alpha^2} \text{ u. s. w.}$$

$$\overline{\qquad\qquad\qquad} \cdot \frac{\alpha}{\alpha}$$

$$\frac{\alpha.\alpha}{\alpha}, \frac{\alpha.\beta}{\alpha}, \frac{\alpha.\beta^2}{\alpha^2}, \frac{\alpha.\beta^3}{\alpha^3} \text{ oder}$$

$$\alpha, \alpha.\frac{\beta}{\alpha}, \alpha.\frac{\beta^2}{\alpha^2}, \alpha.\frac{\beta^3}{\alpha^3} \text{ u. s. w.}$$

Nun ist dieß eine abnehmende geometrische Progression.

Also folgen die Drückungen der Luft auf ab, cd, eh u. s. w. in einer abnehmenden geometrischen Progression aufeinander.

Da sich nun die Ausdehnbarkeit der Luft in jeder Stelle verhält wie der Druck, dem sie daselbst ausgesetzt ist; so drückt eben diese Progression das Gesetz aus, nach welchem die Ausdehnbarkeit von unten nach oben abnimmt.

§. 234.

Aufg. Das Verhältniß der Höhen zweyer Stationen über der Oberfläche der Erde zu finden.

Die Progression des vorigen §. kann auch auf folgende Art ausgedrückt werden:

$$\alpha.\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^0, \alpha.\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^1, \alpha.\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^2, \alpha.\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^3 \text{ u. s. w.}$$

Demnach verhält sich der Druck der Luft auf c d, zum Druck auf i l, wie $\alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^1 : \alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^3$. Es ist aber c d die erste und i l die dritte über a b liegende Schichte. Also verhält sich der Druck der Luft in der ersten zum Druck derselben in der dritten über a b liegenden Schichte, wie $\alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^1 : \alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^3$. Eben so verhält sich der Druck in der zweyten zum Druck in der vierten über a b befindlichen Schichte, wie $\alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^2 : \alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^4$ u. s. w. Wenn also u w die mte, t k die nte über a b liegende Schichte ist, und der Druck der Luft in u w mit x, in t k mit y bezeichnet wird; so ist

$$x : y = \alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^m : \alpha.(\frac{\beta}{\alpha})^n$$

$$\frac{x}{\alpha} : \frac{y}{\alpha} = (\frac{\beta}{\alpha})^m : (\frac{\beta}{\alpha})^n.$$ Mit Logarithmen

$$\text{Log.}\frac{x}{\alpha} : \text{Log.}\frac{y}{\alpha} = \text{Log.}(\frac{\beta}{\alpha})^m : \text{Log.}(\frac{\beta}{\alpha})^n$$

$$\text{Log.}\frac{x}{\alpha} : \text{Log.}\frac{y}{\alpha} = m.\text{Log.}\frac{\beta}{\alpha} : n.\text{Log.}\frac{\beta}{\alpha}$$

$$\text{Log.}\frac{x}{\alpha} : \text{Log.}\frac{y}{\alpha} = m : n$$ oder

Log.

$$\text{Log.}\frac{\alpha}{x} : \text{Log.}\frac{\alpha}{y} = m : n.$$

Nun verhalten sich die Zahlen m, n, wie die Mengen der Schichten, die in au und at enthalten sind, d. i. sie verhalten sich, wie die Höhen au und at, oder es ist m:n = au:at Folglich ist auch

$$au . at = \text{Log.}\frac{\alpha}{x} : \text{Log.}\frac{\alpha}{y}$$

Es verhalten sich aber ferner die Drückungen α, x, y, welche die Luft in den Schichten ab, uw, tk ausübt, wie die Barometerhöhen in denselben. Es sey also

Die Barometerhöhe in a = B,
in u = b,
in t = β; so ist

$$au : at = \text{Log.}\frac{B}{b} : \text{Log.}\frac{B}{\beta} \text{ d. i.}$$

Die Höhen zweyer Stationen über der Oberfläche der Erde verhalten sich, wie die Logarithmen der Quotienten, die man erhält, wenn man die jedesmalige Barometerhöhe in der untersten Station a, mit den Barometerhöhen bey den Stationen u und t dividirt.

Zus. Vergleicht man die Höhe ac mit at, so ist, wenn die Barometerhöhe in c = p ist,

$$ac : at = \text{Log.}\frac{B}{p} : \text{Log.}\frac{B}{\beta}$$

§. 235.

Wären in obiger Proportion drey Glieder bekannt; so ließe sich das vierte finden. Wenn man bey einem gewissen Barometerstand B in der untersten Station a ein für allemal wüste wie hoch man sich erheben muß, damit das Quecksilber etwa um eine Linie sinke; so könnte man für jede gegebene Barometerhöhe einer andern Station finden, wie hoch diese Station über der untersten liege.

Nun hat Hr. de Lüc gefunden, daß, wenn in der untersten Station a der Barometer 29 par. Zoll = 29. 12 = 348 par. Lin. hoch steht, und man sich um eine Höhe a u von 12,497 Klaftern erhebt, alsdann der Barometer bey u um 1 Linie tiefer stehe, als bey a, daß folglich bey u die Barometerhöhe b nur 347 par. Lin. sey.

Man hat demnach allemal für obige Proportion a u = 12,497, B = 348, b = 347, und

$$12{,}497 : a\,t = \text{Log.}\,\frac{348}{347} : \text{Log.}\,\frac{348}{\beta}$$

$$12{,}497 : a\,t = \text{Log.}\,348 - \text{Log.}\,347 : \text{Log.}\,348 - \text{Log.}\,\beta$$

$$12{,}497 : a\,t = 2{,}5415792 - 2{,}5403295 : \text{Log.}\,348 - \text{Log.}\,\beta$$

$$12{,}497 : a\,t = 0{,}0012497 : \text{Log.}\,348 - \text{Log.}\,\beta$$

$$12{,}497 : 0{,}0012497 = a\,t : \text{Log.}\,348 - \text{Log.}\,\beta$$

$\frac{12497}{1000} : \frac{12497}{10000000} = at : \text{Log. } 348 - \text{Log. } \beta$

$12497000000 : 12497000 = at : \text{Log. } 348 .$
$\text{Log. } \beta$

$10000 : 1 = at : \text{Log. } 348 - \text{Log. } \beta$

$at = 10000. (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \beta)$ Klafter, weil dieses Maas in der Zahl 12,492 zum Grunde liegt.

Es sey in einer andern Station q die Barometerhöhe $= \pi$; so ist

$aq = 10000. (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \pi)$

Es ist demnach leicht

§. 236.

Aufg. Den Unterschied tq der Höhen zweyer Orte t und q, die übrigens so weit von einander entfernt seyn können, als sie wollen, aus ihren Barometerhöhen β und π zu finden.

Nach dem vorhergehenden §. ist

$at = 10000. (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \beta)$ und

$aq = 10000. (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \pi)$. Mithin

$aq - at = tq = 10000. (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \pi)$
$- 10000 (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \beta)$

$tq = 10000. ((\text{Log. } 348. - \text{Log. } \pi) - (\text{Log. } 348 - \text{Log. } \beta))$

$tq = 10000. (\text{Log. } 348. - \text{Log. } \pi - \text{Log. } 348 + \text{Log. } \beta)$

tq

$tq = 10000. (\text{Log. } \beta - \text{Log. } \pi)$ d. h.

Man erhält den Unterschied der Höhen zweyer Orte, wenn man die Differenz der Logarithmen der Barometerhöhen der zwey Orte mit 10000 multiplizirt.

Es müssen aber die Barometerhöhen im pariser Maaße genommen werden, weil auch oben für die Barometerhöhe B dieses Maaß gebrauchet worden.

Beyspiel 1. Am Ufer des mittelländischen Meeres ist die mittlere Barometerhöhe β = 28 Zoll 4,75 Lin. = 340,75 Lin. In Ingolstadt ist sie = 26 Zoll 10,1 Lin. = 322,1 L. = π. Um wieviel ist Ingolstadt über der Oberfläche des mittelländischen Meeres in senkrechter Linie erhaben? —

Es ist Log. 340,75 = 2,5324359
Log. 322,1 = 2,5079907

Unterschied = 0,0244452. Dieß multiplizirt mit 10000 giebt 244,452 Kl. = 1466,712 Fuß. Um soviel ist Ingolstadt über das mittelländische Meer in senkrechter Linie erhaben.

Beyspiel. 2. In Regensburg ist die mittlere Barometerhöhe β = 27 Zoll = 324 Linien. Um wieviel liegt es niedriger als Ingolstadt? —

Es ist Log. 324 = 2,5105450
Log. 222,1 = 2,5079907

Unterschied = 0,0025543. Dieß mit 10000 multiplizirt giebt 25,543 Kl. = 153,258 Fuß, welche zugleich das Gefäll der Donau von Ingolstadt bis Regensburg ausmachen.

Auf die nemliche Art kann man die Höhe eines Berges finden.

Beyspiel 3. Gesetzt am Fusse eines Berges ist die beobachtete Barometerhöhe β = 27 Zoll $4\frac{1}{2}$ Lin. = 328,5 Linien, auf dem Gipfel desselben aber ist die Barometerhöhe π = 26 Zoll $2\frac{3}{4}$ Linien = 314,7 Linien; so ist
Log. 328,5 = 2,5165354
Log. 314,7 = 2,4978967

Unterschied = 0,0186387, und die Höhe des Berges = 0,0186387 X 10000 = 186,387 Klafter.

§. 237.

Gesetzt die Luft ändere auf eine Zeit ihre Natur, und nehme eine durchaus gleichförmige Dichtigkeit = d wie sie an der Oberfläche der Erde hat, und bey der sie ebenfalls mit einer 27 Zoll hohen Quecksilbersäule B das Gleichgewicht hält, an; so wird sie dadurch auch eine andere Höhe, etwa = a q bekommen, und der Druck auf a b ist sodann = d. a q. Eben so ist der

Druck

Druck auf $cd = d.cq = d.(aq - ac) = d.aq - d.ac$. Und es ist der Druck auf ab zum Druck auf ad wie $d.aq : d.aq - d.ac = aq : aq - ac$.

Es verhalten sich aber die Drückungen der Luft auf ab und cd wie die Barometerhöhen daselbst, nemlich wie $B : p$. Folglich ist

$$B : p = aq : aq - ac$$

$$\overline{\qquad\qquad} : (aq - ac)$$

$$B : p = \frac{aq}{aq - ac} : 1 \text{ und}$$

$$\frac{B}{p} = \frac{aq}{aq - ac}, \text{ und wenn man wirklich dividirt}$$

$$\frac{B}{p} = 1 + \frac{ac}{aq - ac}$$

Da man gleich anfangs ac sehr klein angenommen hat (§. 233); so kann man ohne merklichen Fehler $\frac{ac}{aq - ac} = \frac{ac}{aq}$, und $\frac{B}{p} = 1 + \frac{ac}{aq}$ setzen, und es ist folglich auch

$$\text{Log.}\,\frac{B}{p} = \text{Log.}\left(1 + \frac{ac}{aq}\right)$$

Es hat sich also aus obiger Voraussetzung für Log. $\frac{B}{p}$ ein Werth ergeben, den man (§. 234. Zus.) dafür setzen kann, und es ist

$$ac : at = \text{Log.}\left(1 + \frac{ac}{aq}\right) : \text{Log.}\,\frac{B}{\beta}$$

Nach

Nach Hrn. Lavoisier wiegt ein Kubikfuß Luft bey einer Barometerhöhe von 28 Zoll, und mittelmässiger Temperatur 1 Unz. 3 Quint. 3 Gr., oder 795 Gr. Diese Zahl 795 drückt also die Dichtigkeit derselben bey der genannten Barometerhöhe aus.

Da sich nun die Barometerhöhen wie die Dichtigkeiten der Luft verhalten; so ist
28 Zoll Barometerh. : 27 Zoll Barometerh. = 795 : x, und x = 766,6 d. h.
Die Luft hat bey der Barometerhöhe von 27 Zoll eine solche Dichtigkeit, daß ein Kubikfuß 766,6 Gr. wiegt.

Ein Kubikfuß Wasser wiegt 70 Pf. oder 645120 Gr. Folglich ist die Luft bey der Barometerhöhe von 27 Zoll, und bey einer mittelmässigen Wärme 841,5mal leichter, und mithin ihre Dichtigkeit eben so vielmal kleiner, als die des Wassers. Eben so vielmal ist demnach die Dichtigkeit der durchaus gleichförmig dicht angenommenen Luftsäule a b m q kleiner, als die des Wassers, und da diese eben so, wie die natürliche Luft mit der Quecksilbersäule B von 27 Zollen das Gleichgewicht hält; so ist ihre Höhe a q = 25689,312 Fuß. (§. 187. Zus. 2.)

Da ferners a c, c e, e i u. s. w. so klein angenommen worden, daß die Dichtigkeit der Luft aon a bis c, von c bis e keine Aenderung leidet; so fragt es sich, als der wievielte Theil von a q darf in dieser Absicht a c angenommen werden?

Ge-

Gesetzt es sey $ac = \frac{1}{10000000}$ von aq, oder $ac = \frac{1}{10000000} . 25689 = 0{,}00256$ F.; so ist diese Höhe wirklich so klein, daß die Dichtigkeit der Luft von a bis c nach der §. 233 angenommenen Voraussetzung gewiß keine Veränderung leidet. Man kan also ohne Anstand $ac = \frac{1}{10000000} . aq = 0{,}0000001$. aq, und mithin $\frac{ac}{aq} = \frac{1}{10000000} = 0{,}0000001$ annehmen.

Setzt man diesen Bruch statt $\frac{ac}{aq}$, so ist $1 +$

$$\frac{ac}{aq} = \frac{1}{1} + \frac{1}{10000000} = \frac{10000000 + 1}{10000000} = \frac{10000001}{10000000} = 1{,}0000001,$$ und es ist

$$0.0000001, aq : at = \text{Log. } 1{,}0000001 : \text{Log. } \frac{B}{\beta}$$

Nun geben die kleinen Logarithmentafeln den Log. $1{,}0000001 = 0{,}0000000434^1$ die vollständigen aber z. B. des Monsieur Gardiner geben demselben $= 0{,}00000004343$. Folglich ist

$$0{,}0000001. aq : at = 0{,}00000004343 \text{ Log. } \frac{B}{P}$$

Mit-

Mithin

$$\text{Log.}\ \frac{B}{\beta} = \frac{0{,}0000000\,4343 . a\,t}{0{,}00000001 . a\,q} = \frac{0{,}4343 . a\,t}{a\,q}$$

Statt der Höhe a q einer durchaus gleichförmigen dichten Luftsäule von einerley Dichtigkeit mit der untern Luft bey a kann man die Barometerhöhe B, welche mit ihr im Gleichgewicht ist, in die Rechnung bringen. Denn es bedeute D die Dichtigkeit des Quecksilbers; so ist $a\,q : B = D : d$ (§. 186. 32. Zus. 2.) und

$$a\,q = B . \frac{D}{d} .$$

Man setze die Dichtigkeit der Luft, nemlich $d = 1$; so ist
$a\,q = B . D$ und

$$\text{Log.}\ \frac{B}{\beta} = \frac{0{,}4343 . a\,t}{B . D}$$

Es sey δ die Dichtigkeit der Luft in t; so ist $B : \beta = d : \delta$, folglich $\frac{B}{\beta} = \frac{d}{\delta}$ und $\text{Log.}\ \frac{B}{\beta} = \text{Log.}\ \frac{d}{\delta}$. Folglich

$$\text{Log.}\ \frac{d}{\delta} = \frac{0{,}4343 . a\,t}{B . D}$$

Diese Formel dient, die Dichtigkeit δ der Luft in jeder Höhe a t über der Erde zu finden, wenn ihre Dichtigkeit d, die sie bey a herunten hat, und die Barometerhöhe B daselbst, und

über

über dieß auch der Werth von D, d. i. wievielmal das Quecksilber schwerer, als die Luft, oder diese geringer, als jenes, gegeben ist. Wir wollen im folgenden Beyspiel eine kleine Anwendung machen.

Als Charles und Robert den 1 Christm. 1783 miteinander die erste Luftreise machten, erreichten sie eine Höhe von 300 Klaftern, oder 1800 Fuß, bis der Aerostat mit der Luft ins Gleichgewicht kann. Als sie abfuhren, war die Barometerhöhe 28 Zoll $4\frac{1}{4}$ Lin. = 2,3628 Fuß. Die Luft war 10407mal leichter, als das Quecksilber, und hatte eine solche Dichtigkeit, daß ein Kubikfuß 11,65 Quentchen oder 839 Gran gewogen.

Man hat also für die Formel B = 2,3628, D = 10407, d = 839, und es ist

$$\text{Log.}\ \frac{839}{\delta} = \frac{0{,}4343 \cdot 1800}{2{,}3628 \cdot 10407}$$

$$\text{Log.}\ \frac{839}{\delta} = \frac{781{,}74}{24859{,}6596}$$

$$\text{Log.}\ \frac{839}{\delta} = 0{,}0317914$$

Suchet man die diesen Logarithmen zugehörige Zahl; so ist

$$\frac{839}{\delta} = 1{,}0759\ldots$$

$$\delta = \frac{839}{1{,}0759}$$

δ

$\delta = 779,81$ d. i. in der Höhe von 300 Kl. welche sie erreicht, war die Dichtigkeit der Luft so beschaffen, daß ein Kubikfuß davon 779,81 Gr. gewogen.

Zus. Da sich die Dichtigkeiten der Luft verhalten wie die Barometerhöhen; so ist $839 : 779,81 = 2,3628 : \beta$, und die Barometerhöhe β für diese Höhe = 26 Zoll 4,22 Linien, welches auch mit der Beobachtung, die Charles in der genannten Höhe am Barometer gemacht, ziemlich übereinstimmt.

§. 238.

Umgekehrt kann man mittelst dieser Formel die Höhe $a\,t$ finden, in welcher der Luft eine gegebene Dichtigkeit δ statt findet. Denn weil

$$\text{Log.}\,\frac{d}{\delta} = \frac{0,4343.\ a\,t}{B.D};\ \text{so ist}$$

$$B.D.\text{Log.}\,\frac{d}{\delta} = 0,4343.\ a\,t$$

$$B.D.\,(\text{Log.}\,d - \text{Log.}\,\delta) = 0,4343.\ a\,t$$

$$\frac{B.D.\,(\text{Log.}\,d - \text{Log.}\,\delta)}{0,4343} = a\,t$$

Man setze für B, D, δ die obigen Werthe; so ist

$$\frac{2,3628.\ 10407.\,(\text{Log.}\,839 - \text{Log.}\,779,81)}{0,4343} = a\,t$$

$$\frac{24589{,}6596 \cdot 0{,}0317732}{0{,}4343} \text{ a t}$$

$$\frac{781{,}29217240272}{0{,}4343} = \text{a t}$$

1798,9 Fuß = a t.

Zus. Weil das Verhältniß der Dichtigkeiten dem Verhältniße der Barometerhöhen B, ß gleich ist; so kann man dieses statt jenem in obiger Formel setzen, und es ist

$$\text{Log.} \frac{B}{ß} = \frac{0{,}4343 \cdot \text{a t}}{B.D}, \text{ und}$$

$$\frac{B.D.(\text{Log.} B - \text{Log.} ß)}{0{,}4343} = \text{a t}, \text{ woraus sich}$$

folgende Aufgabe auflöseu läßt.

§. 239.

Aufg. Die Höhe zu finden, in welcher der Barometer nur mehr etwa $\frac{1}{2}$ Linie hoch steht.

Man lasse für B und D die nemlichen Werthe gelten, wie oben, nur daß man für Zoll Linien setzt; so ist

$$\text{a t} = \frac{340{,}25 \cdot 10407 \cdot (\text{Log.} 340{,}25 - \text{Log.} 0{,}5)}{0{,}4343}$$

$$\text{at} = \frac{3450981{,}75 \cdot (2{,}5317981 - (-1{,}3010300))}{0{,}4343}$$

at

$$at = \frac{3450981,75 \cdot 3 \cdot 8328281}{0,4343}$$

$$at = \frac{13227119,823987175}{0,4343}$$

at = 3045 6181,95 Lin.
at = 211501,26 Fuß
at = 35250,21 Klafter.

§. 240.

Wir haben bey dem bisherigen Gebrauch des Barometers auf die Wirkung der Wärme, auf denselben, welche doch der Erfahrung zu Folge, sehr beträchtlich ist, gar keine Rücksicht genommen. Alle Körper werden bey zunehmender Wärme in einem grössern Raume ausgedehnt, und ziehen sich hingegen, wenn die Wärme wieder abnimmt, in einem engern Raum zusammen. Eben diesen Veränderungen ist auch die Quecksilbersäule des Barometers ausgesetzt. Wenn man eine 27 par. Zoll lange Quecksilbersäule von der Kälte des thauenden Eises bis zur Hitze des siedenden Wassers erwärmt, so wird sie nach

De Lüc um : : :	6,00 par. Lin.
Schukburgh um : :	5,91 — —
Rosenthal um : : :	5,56 — —
Roy um : : :	5,46 — —
Luz um : : :	5,50 — —

länger, als sie zuvor war.

Wenn

Wenn sich demnach die Temperatur der Luft von einer Zeit zur andern ändert; so muß sich auch aus dieser Ursache die Barometerhöhe verändern, ob übrigens gleich der Druck der Luft der nemliche geblieben ist.

Wenn man also aus den Veränderungen des Barometers mit Zuverlässigkeit auf die Veränderung des Druckes der Luft schliessen will; so muß man bey der jedesmaligen Barometerstand den Einfluß der Wärme abrechnen, und wenn man die Drückungen der Luft aus den beobachteten Barometerhöhen miteinander vergleichen will, diese zuvor auf einerley Temperatur reduziren, d. h. an demselben die gehörige Berichtigung vornehmen.

§. 241.

In dieser Absicht ist es nothwendig, daß man jedesmal genau angeben könne, um wieviel die Temperatur der Luft von einer Beobachtung des Barometers bis zur andern zu, oder abgenommen habe, und das hiezu dienliche Werkzeug ist der Thermometer, der aus einer sehr engen gläsernen Röhre a b (Fig. 86.) mit einer daran geschmolzenen Kugel c besteht, die man etwa bis d mit Weingeist, Quecksilber, Oel oder einer andern flüssigen Materie anfüllt, die sich dann bey zu, oder abnehmender Wärme mehr ausdehnt, oder zusammenzieht, und durch

sein

sein Steigen, oder fallen jede Veränderung der Temperatur der Luft anzeigt.

§. 242.

Heut zu Tage bedient man sich, aus guten Gründen, des Quecksilberthermometers, und zwar meistens mit der fahrenheitischen, oder reaumürischen Skale.

Man fülle die Kugel, und Röhre bis auf eine gewisse Höhe mit Quecksilber, und setze sie sodann in eine Mischung von gleichen Theilen Salmiak und Schnee, so wird das Quecksilber bis auf einen gewissen Punkt herab sinken. Dieser Punkt soll mit 0 bezeichnet werden (Fig. 87. F), Aus dieser Mischung bringe man die Kugel ins Wasser, das man bis zum Sieden erhitzt; so wird das Quecksilber bis auf einen gewissen Punkt steigen. Zu diesem Punkt schreibe man die Zahl 212, und theile den ganzen Raum zwischen diesen zwey Punkten in eben so viele gleiche Theile oder Grade; so hat man die fahrenheitische Skala.

Diese Skala hat ihre Benennung v. Gabr. Fahrenheit, einem Danziger, welcher der erste war, der seine Thermometer mit Quecksilber füllte, und an selben diese Abtheilung anbrachte.

Die Ursache dieser Eintheilung war, weil er beobachtete, daß, wenn er das Quecksilbervolumen, da es in der Mischung aus Salmiak

und Schnee gestanden, in 11124 gleiche Theile getheilt, dasselbe im siedenden Wasser 11336 d. i. 11124 + 212 solchen Theilen gleich gewesen ist.

Wenn man ein fahrenheitisches Thermometer in thauendes Eis oder Schnee bringt; so sinkt oder steigt es solange, bis es den 32sten Grad erreicht hat: dann aber bleibt es auf diesen Punkt so lange stehen, bis der Schnee, oder das Eis ganz geschmolzen ist.

Dieser Punkt heißt der **Eis = oder Gefrierpunkt**, und seine Entfernung von dem Siedpunkt, der **Fundamentalabstand**, welcher folglich nach fahrenheitischer Skala 180 Grade enthält.

§. 243.

Die reaumürische Skala (Fig. 87. R) besteht darinn, daß man den Fundamentalabstand vom Eispunkt bis zum Siedepunkt hinauf in 80 gleiche Theile, oder Grade abtheilt, so daß auf dieser 0 und 80 stehen, wo auf der fahrenheitischen 32 und 212 stehen, und mithin 80 reaumürische Grade 180 fahrnheitischen Graden gleich sind.

Auf beyden Skalen werden die Grade auch unter 0 fortgesetzt, so daß ohngefehr noch 30 Gr. darunter zu stehen kommen.

§. 244.

Das eigentlich reaumürische Thermometer, wie es Reaumür selbst verfertigte, war von dem heutigen ganz verschieden. Reaumür füllte sein Thermometer mit verdünnten Weingeist, und bezeichnete den Punkt, bey welchem der Weingeist im Wasser, daß er durch geschabtes Eis und Salz zum Gefrieren brachte, stehen blieb, mit 0. Das Volumen des Weingeists nahm er bey dieser Temperatur zu 1000 Theilen an, und weil er fand, daß sich der Weingeist bis zur Hitze, die ihn bis zum Sieden bringt, um 80 solche tausendste Theile ausdehnt; so zählte er 80 Grade bey dieser Temperatur, nicht aber bey der Temperatur des siedenden Wassers, wie wir an den jetzt unter dem Namen der reaumürischen bekannten Thermometern zählen, die statt Weingeist mit Quecksilber gefüllt sind. Weil man aber an diesem mit Weingeist gefüllten Thermometer viele Fehler und Mängel entdekt; so ist man, selbst in Frankreich, wieder davon abgegangen und hat dafür Fahrenheits Quecksilberthermometer, jedoch mit Reaumürs 80theiliger Skala, angenommen, und ihm daher auch Reaumürs Namen beygelegt.

§. 245.

Ausser diesen zweyen, in der Schweitz, Frankreich, England und Teutschland durchgehends angenommenen Skalen giebt es noch die

Skala des de l'Isl, und des Celsius, wovon jene in Rusland, und diese in Schweden von den Gelehrten gebraucht wird.

De l Isl Prof. in Petersburg theilte das ganze Volumen des Quecksilbers bey der Hitze des siedenden Wassers in 10000 Theile, und weil er sah, daß es sich vom Siedpunkt bis zum Eispunkt um 150 solche Theile zusammenzog; so theilte er den Fundamentalabstand vom Siedpunkt herab in 150 gleiche Theile, so daß der 150ste Grad mit 0 Gr. reaumürischen, und den 32 Gr. der fahrnh. Skala zusammen treffen. (Fig. 87. I.)

§. 246.

Prof. Celsius in Upsal bezeichnete den Gefrierpunkt mit 0, und theilte den Fundamentalabstand in 100 gleiche Theile, worinn ihm die schwedischen Gelehrten gefolgt sind. Man nennt diese bequeme Abtheilung auch die schwedische Skala. (Fig. 87. C)

§. 247.

Man pflegt bey jeder Skala die Grade über 0, positiv, und die unter 0 negativ zu nennen, und sie auch mit den bekannten + und — zu bezeichnen. Wenn das Quecksilber einmal 10 Grad über 0, und ein andersmal 6 Grad unter 0 steht; so sagt man im ersten Falle die

Tem-

Temperatur sey $= +10$ Gr., im andern, sie sey $= -6$ Gr.

§. 248.

Aufg. Die Grade der reaumürischen Skala in fahrenheitische zu verwandeln.

Weil 180 fahrenh. Grade = 80 reaumürischen Graden (§. 243); so ist es leicht zu finden, wieviel z. B. 20 reaumürische Grade nach Fahrenheit ausmachen. Denn es ist $80 : 20 = 180 : x$, und $x = \frac{180}{80} \cdot 20 = \frac{9}{4} \cdot 20 = 45$ fahrn. Gr. D. h. 20 reaumürische Grade machen 45 fahrnheitische.

Zus. Wenn demnach der Thermometer nach reaum. Skala 20 Gr. über den Gefrierpunkt, oder auf $+20$ Gr. steht; so steht er nach der fahrenheitischen Skala um 45 Gr. über demselben.

Da nun vom 0 Gr. der fahrnh. Skala bis zum Gefrierpunkt schon 32 Grade herauf gezählt werden; so muß man diese zu den gefundenen 45 Graden addiren, wenn man den Grad f angeben will, welcher auf der fahrenheitischen Skala mit dem $+20$ten reaumürischen Grade zusammentrifft.

Es ist demnach

$f = 45 + 32 = 77$ Gr. oder

$f = \frac{9}{4} \cdot 20 + 32.$

Stünde

Stünde der Thermometer auf — 20 reaumirische Grade; so wäre $f = \frac{9}{4}. - 20 + 32 = - \frac{180}{4} + 32 = - 45 + 32 = - 13$ d. h. der Thermometer stünde auf 13 Grad unter 0 nach fahrenheitischer Skala.

Es bedeute r jede, sowohl über als unter 0 befindliche Anzahl reaumürischer Grade; so ist allgemein

$$f = \frac{9}{4} r + 32.$$

Zus. 2. Hieraus ergiebt sich eine andere Formel, mit der sich aus der gegebenen fahrenheitische Thermometerhöhe die korespondirende reaumürische finden läßt. Denn weil

$$f = \frac{9}{4}. r + 32; \text{ so ist}$$
$$f - 32 = \frac{9}{4} r, \text{ und}$$
$$\frac{4}{9}. (f - 32) = r.$$

Beyspiel. Es stehe das fahrenheitische Thermometer 77 Gr. hoch. Was zeigt das reaumürische? Die Formel giebt

$$r = \frac{4}{9}. (77 - 32) = 20.$$

§. 249.

Aufg. Die del'Islischen Grade in fahrentische zu verwandeln. Z. B. Wieviel machen 100 del'Islische Grade nach Fahrenheit?

Nach §. 245 sind 150 del'Islische Grade $= 180$ fahrenheitischen.
Mithin ist
$150 : 100 = 180 : x$, und $x = \frac{180}{150} \cdot 100 = \frac{6}{5} \cdot 100 = 120$

Zus. 1. Gesetzt das Quecksilber stehe auf der del'Islischen Skala wirklich auf den 100ten Grad. Den wievielten Grad, welcher f heissen soll, zeigt es auf der fahrenheitischen Skala?

Weil del'Isle vom Siedpunkt herab gezählt hat; so steht im gegenwärtigen Falle das Quecksilber auf fahrenheitischer Skala um 120 Gr. unter dem Siedpunkt, d. i. unter den 212ten Grad. Mithin ist
$f = 212 - 120$ oder
$f = 212 - \frac{6}{5} \cdot 100 = 92$

Es bedeute i jede Anzahl der Grade auf del'islichen Skala; so ist allgemein
$f = 212 - \frac{6}{5} \cdot i$

Zus. 2. Hieraus ergiebt sich eine Formel welche dient, aus der fahrenheitischen Thermometerhöhe die del'Islische zu finden. Denn aus
$f = 212 - \frac{6}{5} \cdot i$ ergiebt sich
$-212 + f = -\frac{6}{5} \cdot i$
$212 - f = \frac{6}{5} \cdot i$
$\frac{5}{6} \cdot 212 - \frac{6}{5} f = i$
$176\frac{2}{3} - \frac{5}{6} f = i$

Bey-

Beyspiel. Es stehe der fahrenheitische Thermometer 92 Gr. hoch. Wie hoch steht der de l'Islische? Es ist

$$i = 176\tfrac{2}{3} - \tfrac{5}{6} \cdot 92 = 100.$$

§. 250.

Aufg. Die Grade des Celsius in fahrenheitische zu verwandeln. Z. B. Wieviel machen 30 Gr. des Celsius nach Fahrenheit.

Weil (§. 246.) 100 Gr. des Celsius = 180 Gr. des Fahrenheit; so ist

$100 : 30 = 180 : x$, und $x = \frac{180}{100} \cdot 30 = \frac{9}{5} \cdot 30 = 54$.

Zus. 1. Es sey die Temperatur = 30 Gr. des Celsius, den wievielten Grad, der f heissen soll, zeigt der Thermometer des Fahrenheit?

Wenn das Quecksilber in dem Thermometer des Celsius 30 Gr. hoch steht; so steht es in dem des Fahrenheit 54 Gr. über 32, folglich steht es in demselben 54 + 32 Gr. hoch und es ist

$f = 54 + 32$ oder

$f = \frac{9}{5} \cdot 30 + 32 = 86$

Es bedeute c jede sowohl über, als o befindliche Anzahe Grade des Celsius; so ist allgemein

$$f = \tfrac{9}{5} \cdot c + 32.$$

Bey-

Beyspiel. Es sey der Temperatur = − 20 Gr. des Celsius; so ist

$$f = \frac{9}{5} \cdot -20 + 32 = -36 + 32 = -4$$

Zus. 2. Weil

$$f = \frac{9}{5} \cdot c + 32; \text{ so ist}$$

$$f - 32 = \frac{9}{5} \cdot c$$

$$\frac{5}{9}(f - 32) = c.$$

Beyspiel. Es stehe gegenwärtig der Thermometer des Fahrenheits auf 86 Gr. Wie hoch steht der des Celsius? Es ist

$$c = \frac{5}{9} \cdot (86 - 32)$$

$$c = 54 \tfrac{5}{9} = 30$$

§. 251.

Unter der mittlern Thermometerhöhe versteht man diejenige, welche man bekommt, wenn man mehrere Thermometerhöhen addirt, und die Summe durch die Anzahl der gegebenen dividirt. Z. B. Es sey die Thermometerhöhe

einmal = 18 Gr. reaum.

ein andermal = 7 — —; so ist

die Summa = 25 Gr. reaum. und die mittlere Thermometerhöhe ist $= \frac{25}{2} = 12{,}5$ Gr. reaum.

Wären diese gegebene Thermeterhöhen die größte und kleinste eines Tages, so wäre 12,5 Gr. die mittlere für diesen Tag.

Wenn man die mittlere Thermometerhöhen aller Täge eines Monaths addirt, und die Sum-

Summe durch die Anzahl der Monathstäge dividirt; so giebt der Quotient die mittlere Thermometerhöhe für das ganze Monath.

Auf eine ähnliche Weise findet man die mittlere Thermometerhöhe für das ganze Jahr.

§. 252.

Nur können wir zur Berichtigung der durch den Einfluß der Wärme unrichtig gemachten Barometerhöhen schreiten.

Die vom Hrn. Lutz §. 240 angegebene Ausdehnung, welche eine beym Gefrierpunkt 27 Zoll lange Quecksilbersäule, wenn sie bis zum Siedpunkt erwärmt wird, leidet, können wir aus guten Gründen für die sicherste halten.

Es ist leicht einzusehen, daß eine Quecksilbersäule, die länger, oder kürzer als 27 Zoll ist, sich durch einerley Wärme mehr, oder weniger, als eine 27 Zoll lange ausdehne. Wenn sich eine 27 Zoll lange Quecksilbersäule von der Temperatur des Gefrierpunkts bis zum Siedpunkt um 5,5 Linien ausdehnt; so muß sich eine nur halb, d. i. $13\frac{1}{2}$ Zoll lange nur halb soviel, und also nur um 2,75 Linien ausdehnen.

Ueberhaupt kann man demnach annehmen, daß sich die Ausdehnungen $n:\nu$, zweyer Quecksilbersäulen vom Gefrier- bis zum Siedpunkt wie ihre Längen m, μ verhalten, oder daß $m:\mu = n:\nu$

Zus.

Zus. 1. Folglich ist allemal $m:n = \mu:\nu$ und $\frac{m}{n} = \frac{\mu}{\nu}$. D. h. man bekommt allemal einerley Quotienten, wenn man die Länge einer Quecksilbersäule bey der Temperatur des Gefrierpunkts durch die Ausdehnung, welche sie bis zum Siedpunkt leidet, dividirt.

Zus. 2. Man verwandle die 27 Zoll in Linien, und dividire die erhaltene Zahl 324 durch 5,5; so ist der Quotient = 59 ohngefehr. Es ist also allemal $\frac{m}{n} = 59$, und $\frac{n}{m} = \frac{1}{59}$.

Zus. 3. Es betragt also die Ausdehnung n, welche eine gegebene Quecksilbersäule vom Gefrier- bis zum Siedpunkt leidet, allemal den 59ten Theil ihrer gegebenen Länge b welche sie beym Gefrierpunkt hatte, oder es ist $n = \frac{1}{59} . b$

§. 253.

Man kann wenigst ohne merklichen Fehler annehmen, daß die Ausdehnung des Quecksilbers durch alle Grade des Thermometers gleichförmig geschehe.

Sie ist also für jeden Grad des Fundamentalabstandes des

Fahrenheit $= \frac{1}{180} . n = \frac{1}{180} . \frac{1}{59} . b = \frac{1}{10620} . b$

Reau-

Reaumür $= \frac{1}{80} . n = \frac{1}{80} . \frac{1}{59} . b = \frac{1}{4720} . b$
De l'Isle $= \frac{1}{150} . n = \frac{1}{150} . \frac{1}{59} . b = \frac{1}{8850} . b$
Celsius $= \frac{1}{100} . n = \frac{1}{100} . \frac{1}{59} . b = \frac{1}{5900} . b$

Folglich ist sie für die Temperatur von x Graden über den natürlichen Gefrierpunkt nach

Fahrenheit $= \frac{x}{10620} . b$

nach Reaumür $= \frac{x}{4720} . b$

nach de l'Isle $= \frac{x}{8850} . b$

nach Celsius $= \frac{x}{5900} . b$

Es sey B die Länge, welche diese Quecksilbersäule b bey der Temperatur von x Graden über den natürlichen Gefrierpunkt hat; so ist

nach Fahrenheit $B = b + \frac{x}{10620} . b$

nach Reaumür $B = \frac{x}{4720} . b$

nach de l'Isle $B = b + \frac{x}{8850} . b$

nach Celsius $B = b + \frac{x}{5900} . b$

§. 254.

§. 254.

Der Grad, welchen der Thermometer zeigt, indem die Quecksilbersäule b die Länge B erreicht, sey h, und der Grad, welcher beym natürlichen Eispunkt am Thermometer steht, sey g; so ist allemal $x = h - g$. Es stehe z. B. der Thermometer 18 fahrnh. Gr. über den natürlichen Gefrierpunkt; so zeigt er den Grad $50 = 18 + 32$, und es ist $18 = 50 - 32$, oder $x = h - g$. Steht der de l'Islische Thermometer 15 Gr. über den Gefrierpunkt; so zeigt dieser Thermometer den Grad $-135 = 15 - 150$, und es ist $15 = -135 + 150 = -135 - (-150)$, oder $x = h - g$. Eben dieß gilt auch von Reaumürs, und des Celsius Skala.

Es ist demnach

nach Fahrenheit $B = b + \frac{h - g}{10620} . b$

nach Reaumür $B = b + \frac{h - g}{4720} . b$

nach del'Isle $B = b + \frac{h - g}{8850} . b$

nach Celsius $B = b + \frac{b - g}{5900} . b$

§. 255.

§. 255.

Weil

$$B = b + \frac{h - g}{10620} . b = \frac{10620\,b + (h - g)\,b}{10620}$$

so ist auch

$$10620 . B = 10620 . b + (h - g) . b = (10620 + (h - g))\,b,$$ und

$$\frac{10620 . B}{10620 + (h - g)} = b,$$ und wenn man dividirt; so ist

nach Fahrenheit $B - \frac{(h - g) . B}{10620 + (h - g)} = b.$

Auf eine ähnliche Art ist

nach Reaumür $B - \frac{(h - g)}{4720 + (h - g)} = b.$

nach de l'Isle $B - \frac{(h - g) . B}{8850 + (h - g)} = b.$

nach Celsius $B - \frac{(h - g) . B}{5900 + (h - g)} = b.$

Es sey in einem Beyspiel die Temperatur h = 130 fahrn. Gr. indem die Barometerhöhe B = 27 Zoll 6 Lin. = 330 Linien. Wie hoch würde der Barometer stehen, wenn die Temperatur von 130 Gr. auf 32 herabsiele. Oder wie groß ist die auf den 32sten Grad reduzirte Barometerhöhe b? Es ist

$$b = 330 - \frac{130 - 32) . 330}{10620 + (130 - 32)} = 330 - 3{,}017 = 326{,}983$$ Linien.

Wollen

Wollen wir die Rechnung nochmal machen dabey aber im Nenner der Formel die Grösse g, oder 32 weglassen; so ist

$$b = 330 - \frac{(130 - 32).\,330}{10620 + 130} = 330 - 3{,}008 =$$

326,992 Linien.

Wenn man diesen Werth der Grösse b mit dem zuvor gefundenen vergleicht; so ist der Unterschied = 326,992 — 326,983 = 0,009 Lin. so klein, daß er ohne merklichen Fehler weggelassen werden kann. Noch kleiner ist er, wenn die Temperatur kleiner ist.

Da nun die Temperatur der freyen Luft den 130sten fahrn. Grad auch in den wärmsten Ländern gewiß nie erreicht; so kann, wenn man eine der obigen Formeln zur Berichtigung der beobachteten Barometerhöhen braucht, die Grösse g im Nenner ohne Bedenken weggelassen werden, und es ist

nach Fahrenheit $b = B - \frac{(h - g).\,B}{10620 + h}$

$$= \frac{10620 + g}{10620 + h}.\,B = \frac{180.\,59 + g}{180.\,59 + h}.\,B \text{ (§. 253.)}$$

nach Reaumür $b = B - \frac{(h - g).\,B}{4720 + h}$

$$= \frac{4720 + g}{4720 + h}.\,B = \frac{80.\,59 + g}{80.\,59 + h}.\,B$$

nach

nach de l'Isl, $b = B - \frac{(h-g).B}{8850+h}$

$= \frac{8850+g}{8850+h}.B = \frac{150.59+g}{150.59+h}.B$

nach Celsius $b = B - \frac{(h-g).B}{5900+h}$

$= \frac{5900+g}{5900+h}.B = \frac{100.59+g}{100.59+h}.B$

§. 236.

Es sey f die Anzahl der Grade des Fundamentalabstandes jeder Skala, und $59 = \frac{m}{n}$ (§. 252. Zus. 2.); so ist für jede Skala die berichtigte Barometerhöhe

$$b = \frac{f.\frac{m}{n} + g}{f.\frac{m}{n} - h}.B$$

$$b = \frac{fm + gn}{fm + hn}.B = B\left(1 + \frac{(g-h)\,n}{fm + hn}\right)$$

Dieß ist Hrn. Gehlers Formel, die er in seinem physikalischen Wörterbuch, ersten Theil, 263sten Blatt, aber ohne Beweis, anführt.

Sie ist zwar in ihrer völligen Schärfe nicht richtig; läßt sich aber doch nicht nur für jede Skala

Skala, sondern auch für jede Normaltemperatur ohne merklichen Fehler anpassen, wenn man für g, statt den natürlichen Gefrierpunkt überhaupt den pro norma angenommenen Grad setzt.

§. 257.

Weil n gegen m, und h gegen f nur immer sehr klein bleiben, so wird auch h n die Größe f m um sehr weniges vermehren, also ohne merklichen Fehler, wovon man sich leicht durch Rechnung überzeugen kann, in der Anwendung weggelassen, und kürzer

$$b = B\left(1 + \frac{(g-h)n}{fm}\right), \text{ und weil } \frac{n}{m} = \frac{1}{59}$$

(§. 252. Zus. 2.),

$$b = B\left(1 + \frac{g-h}{59.\,f}\right) \text{ gesetzt werden können.}$$

Wenn man den fahrenheitischen Thermometer braucht; so ist $f = 180$, mithin

$$b = B\left(1 + \frac{g-h}{10620}\right) = B + \frac{(g-h).\,B}{10620}.$$

Beyspiel. 1. Die Barometerhöhe ist 26 Zoll, 6 Lin. = 318 Lin., und der fahrnheitische Thermometer zeigt 40 Grad. Wie hoch stünde der Barometer, wenn bey unveränderten

Druck der Luft die Temperatur auf 32 Grad herab käme? -- Man hat

$$b = 318 + \frac{(32-40).318}{10620} = 318 + (-0{,}23)$$

$$= 318 - 0{,}23 = 317{,}77 \text{ Lin.}$$

Beyspiel 2. Man soll die nemliche Barometerhöhe auf die Temperatur von 70 fahrn. Gr. reduziren. Alsdann ist

$$b = 318 + \frac{(70-40).318}{10620} = 318 + 0{,}89 =$$

318,89 Lin.

§. 258.

Für die reaumürische Skala ist allemal $f = 80$, mithin die berichtigte Barometerhöhe

$$b = B\left(1 + \frac{g-h}{4720}\right) = B + \frac{(g-h)B}{4720},$$

und wenn man, wie es gewöhnlich zu geschehen pflegt, + 10 Gr. als die Normaltemperatur annimmt; so ist

$$b = B + \frac{(10-h).B}{4720}$$

H. Tobias Mayr giebt diesem Ausdrucke eine kleine Aenderung, und setzt

$b = B - \frac{(h-10).B}{4720}$, welches mit dem Vorigen ganz überein kommt; denn

$$B + \frac{(10 - h).B}{4720} = B + \frac{10.B}{4720} - \frac{h.B}{4720} =$$

$$B - \frac{h.B}{4720} + \frac{10.B}{4720} = B - \left(\frac{h.B}{4720} - \frac{10.B}{4720}\right) =$$

$$B - \frac{h.B - 10B}{4720} = B - \frac{(h - 10).B}{4720}.$$

Mithin auch

$$b = B - \frac{(h - 10)B}{4720}$$

Beyspiel. Gesetzt bey obiger Barometerhöhe von 26 Zoll 6 Lin. sey die Temperatur — 5 reaum. Gr.; so ist die auf die Normaltemperatur von + 10 reaum. Gr. reduzirte Barometerhöhe

$$b = 318 - \frac{(-5 - 10).318}{4720} = 318 -$$

$$\left(\frac{-15.318}{4720}\right) = 318 - (-1{,}01) =$$

$$318 + 1{,}01 = 319{,}01 \text{ Linien.}$$

§. 259.

Wir haben oben §. 236. in dem dritten Beyspiele die Höhe eines Berges aus den beobachteten, aber nicht berichtigten Barometerhöhen berechnet, in der Voraussetzung, daß

das Quecksilber blos allein wegen dem von unten nach oben zu immer kleiner werdenden Druck der Luft auf dem Berge niedriger stehe, als unten. Allein weil es in den höhern Gegenden bekanntlich kälter ist, als in den untern; so müßte schon deßwegen, wenn auch der Druck der Luft selbst nicht abnähme, die Barometersäule oben kürzer seyn, als unten. Wenn also die beobachteten Barometerhöhen ein richtiges Resultat in Ansehung der Höhe des Berges geben sollen; so muß die Luft zur Zeit, wo die Barometerhöhen beobachtet worden, einerley Temperatur gehabt haben, oder es müssen diese mittels obiger Formel auf einerley Temperatur reduzirt werden.

Gesetzt in der untern Station sey die Temperatur + 18 reaum. Gr. geweseu, als der Barometer daselbst 27 Zoll $4\frac{1}{2}$ Lin. = 328,5 Lin. hoch gestanden. In der obern Station aber, wo die Barometerhöhe 26 Zoll $2\frac{3}{4}$ Lin. = 314,7 Lin. gewesen, habe der Termometer 7 reaum. Gr. gezeigt; so ist die obere auf die Temperatur der untern Station reduzirte Barometerhöhe

$$b = 314{,}7 - \frac{(7 - 18).\ 314{,}7}{4720} = 314{,}7 -$$

$(-0{,}73) = 314{,}7 + 0{,}73 = 315{,}43$ Lin. und hiemit die aus den berichtigten Barometerhöhen berechnete Höhe des Berges nach (§. 236.) $= 10000.\ (\text{Log. } 328{,}5 - \text{Log. } 315{,}43)$ $= 10000.\ (2{,}5165354 - 2{,}4989030)$

$= 10000.$

$= 10000 \cdot 0{,}0176324 = 176{,}324$ Kl. ohngefähr um 10 Klafter kleiner als nach der im angeführten § geführten Rechnung.

§. 260.

Aber ausserdem, daß man an den beobachteten Barometerhöhen die gehörige Berichtigungen vornimmt, muß man bey den Höhenmessungen mit dem Barometer auf die Ausdehnung, welche die Luft selbst durch die Wärme leidet, besondere Rüchsicht nehmen.

Man stelle sich in der 85sten Figur a t als die Höhe des mit dem Barometer gemessenen Berges vor, da die mittlere Temperatur der Luft $\frac{18+7}{2} = 12{,}5$ reaum. Gr. war.

Es ist leicht einzusehen, daß, wenn die Luft wärmer wird, ein Theil derselben, welcher zuvor unter t k war, und auf dem in t befindlichen Barometer keinen Druck ausgeübt, jetzt über t k hinauf komme, anf den Barometer daselbst drücke, und dieser nun höher stehen müsse, als zuvor. Dadurch wird der Unterschied zwischen den Logarithmen der in beyden Stationen a, und t beobachteten Barometerhöhen; und folglich auch die daraus berechnete Höhe des Berges kleiner ausfallen, als bey der vorigen Temperatur.

Wird

Wird hingegen die mittlere Temperatur kleiner; so sinkt ein Theil der Luft, der zuvor über t k war, unter t k herab, drückt nicht mehr auf den in t befindlichen Barometer, und dieser steht in der nemlichen Stelle niedriger, als zuvor. Es muß also der Unterschied zwischen den Logarithmen der in beyden Stationen beobachteten Barometerhöhen, und mithin auch die daraus berechnete Höhe des Berges größer ausfallen, als zuvor.

Hätte man die Höhe des Berges geometrisch gemessen, und hätte etwa die im vorigen §. darüber gemachte Rechnung mit derselben eingetroffen; so müßte im ersten Falle zu der durch Rechnung gefundenen Höhe etwas addirt, und im zweyten Falle von derselben etwas subtrahirt werden.

H. de Lüc hat wirklich gefunden, daß mit den geometrisch gemessenen Höhen mehrerer Oerter seine aus den Barometerhöhen berechnete zuweilen ganz genau zusammen treffen, öfters aber ziemlich weit davon abweichen.

Aber zum Glück hatte er mit dem Barometer zugleich auch allemal den Thermometer beobachtet, und die mittlere Temperatur, welche die Luft zur Zeit seiner Beobachtungen hatte, mit angemerkt.

Hieraus fand er, daß alle Barometerbeobachtungen, welche bey einer mittlern Temperatur von 16 $\frac{3}{4}$ reaum. Gr. gemacht worden, mit den geometrisch gemessenen genau überein-

stim-

stimmende Höhen angaben. Die übrigen aber waren so beschaffen, daß er sie berichtigen konnte, wenn er für jeden reaumürischen Grad, um welche die mittlere Temperatur zur Zeit der Beobachtungen über, oder unter $16\frac{3}{4}$ Grade war, im ersten Falle zu der durch Rechnung gefundenen Höhe noch $\frac{1}{215}$ derselben addirte, im zweyten aber von der durch Rechnung gefundenen Höhe noch $\frac{1}{215}$ derselben subtrahirte.

§. 261.

Weil also die aus dem Unterschiede der Logarithmen der beobachteten Barometerhöhen erhaltene Höhe nur dann richtig ist, wenn die mittlere Temperatur der Luft zur Zeit der Beobachtungen $16\frac{3}{4}$ reaum. Gr. ist; so muß, wenn die mittlere Temperatur zur Zeit der Beobachtungen eine andere ist, an der berechneten Höhe eine Verbesserung vorgenommen werden, welche darinn besteht, daß, wenn die mittlere Temperatur um n gerade größer, oder kleiner, als die zuvor genannte, ist, man im ersten Falle zu der durch Rechnung gefundenen Höhe h n mal $\frac{1}{215}$. h addire, im zweyten aber von derselben n mal $\frac{1}{215}$. h subtrahire.

In dem § 259 angeführten Beyspiele ist die mittlere Temperatur der Luft $= \frac{18 + 7}{2}$ $= 12,5$ reaum. Gr. Mithin um 4,25 Gr.

unter

unter der Normaltemperatur 16,75 Gr., und die aus den berichtigten Barometerhöhen berechnete Höhe h des Berges war = 176,324 Klafter. Mithin ist die wahre korrigirte Höhe derselben $= 176,324 - \frac{4,25}{215} . 176,324$

$$= 176,324 - 3,35 = 172,974 \text{ Klafter.}$$

§. 262.

Die wahre verbesserte Höhe sey = a, die aus den berichtigten Barometerhöhen berechnete sey = h, und n bedeute die Anzahl der Grade, um welche die mittlere Temperatur unter der Normaltemperatur 16,75 Gr. ist; so ist

$$a = h - \frac{n}{215} . h = h\left(1 - \frac{n}{215}\right)$$

Eben dieser Buchstab n bedeute auch die Anzahl der Grade, um welche die mittlere Temperatur die Normaltemperatur 16,75 Gr. übertrift; so ist

$$a = h + \frac{n}{215} . h = h . \quad 1 + \frac{n}{215}$$. Es ist aber

$$1 + \frac{n}{215} = 1 - \frac{-n}{215} .$$

Also

$a = h . \left(1 - \frac{-n}{215}\right)$, und überhaupt, es mag

die

die mittlere Temperatur der Luft unter, oder über der Normaltemperatur seyn,

$$a = h. \left(1 - \frac{\pm n}{215}\right)$$

Ferner ist sowohl + n, als − n der Rest, den man erhält, wenn man die mittlere Temperatur, d. i. die halbe Summe der beobachteten Thermometerhöhen von der Normaltemperatur 16,75 Gr. abzieht. Man nenne diesen Rest d; so ist allgemein

$$a = h. \left(1 - \frac{d}{215}\right).$$

Endlich ist $h = 10000. (\text{Log. } b' - \text{Log. } \beta')$, in welchem Ausdrucke b' und β' die korrigirten Barometerhöhen in der untern, und obern Station bedeuten. Also ist allemal

$$a = 10000. (\text{Log. } b' \text{Log. } \beta'). \left(1 - \frac{d}{215}\right).$$

§. 202.

Ein Werkzeug, welches dazu dient, die Luft aus einem Gefässe wegzuschaffen, so daß die noch übrige kaum mehr merklich ist, heißt eine **Luftpumpe** (antlia pneumatica) (Fig. 88.)

Die Luftpumpe hat drey wesentliche Theile,

1) den Stiefel a b von Messing, mit dem aufs genaueste hineinpassenden **Kolben** c d, der mittels der **Kolbenstange** g h in demselben hin, und her geschoben werden kann.

2) Den

2) Den Hahn e, welcher mit 2 Löchern durchbohret ist, nemlich mit einem geraden, und einem krummen, um dadurch die Kommunikation zwischen den hohlen Raum des Stiefels, und entweder der außeren, oder in p befindlichen Luft nach Belieben zu sperren, oder wieder herzustellen.

3) Das Teller m n mit der daraufgesetzten Glasglocke p, oder dem Rezipienten, welcher an das Teller mittels eines darunter gelegten nassen Leders aufs genaueste anschließt.

Ich setze zum Voraus, daß man dieß Instrument schon gesehen, und dessen Gebrauch werde verstanden haben.

Gesetzt der Raum des Stiefels, wenn der Kolben, so weit man kann, hinabgezogen worden, sey gleich dem Raume der Glocke; so ist nach dem ersten Zug der halbe, nach dem zweyten der vierte, nach dem dritten der achte Theil u. s. w. von der ersten Luft noch in der Glocke da, und die Verminderung läßt sich durch folgende geometrische Reihe darstellen, nemlich

Luft in der Glocke $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$ u. s. w.
Züge 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w.

Wäre der Raum des Stiefels dreymal so groß, als der Raum der Glocke; so würde nach dem ersten Zug $\frac{1}{3}$, nach dem zweyten $\frac{1}{9}$, nach dem dritten $\frac{1}{27}$ u. s. w. Theil von den ersten Luft noch da seyn, und folglich die Verminderung noch eher geschehen.

§. 264.

§. 264.

Da mit der Dichtigkeit der innern Luft auch ihre ausdehnende Kraft abnimmt, mithin mit der äußern das Gleichgewicht nicht mehr halten kann; so muß von dieser die Glocke an das Teller mit desto größerer Gewalt gedrückt werden, je mehr man die Luft herauspumpet.

Nach Karsten ist der senkrechte Druck, der aus dem ganzen Drucke, den die Luft in verschiedenen Richtungen gegen die Oberfläche der Glocke ausübt, entspringt, so groß als der Druck der Luft gegen die Grundfläche der Glocke. Wenn demnach der Durchmesser der Glocke = 6 Zoll ist; so ist der Druck der äußern Luft auf dieselbe, wenn die innere so gut, als möglich weggeschaft ist, = 36. 11,6494 = 419,34.. ℔. (§. 221. Zus. 2.), indem sich nemlich die Drückungen der Luft auf zwo Flächen verhalten, wie die Flächen selbst, und wenn diese Zirkelflächen sind, wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

Otto Guerickens, oder die sogenannten magdeburgischen Halbkugeln hatten $\frac{3}{4}$ einer magdeburgischen Elle, oder ohngefähr 15 par. Zoll im Durchmesser. Kein Wunder, daß sie von 16 Pferden, wovon auf jeder Seite achte angespannt waren, kaum auseinander gerissen werden konnten.

§. 265.

Wenn man bey r eine mit einem Hahne versehene Kugel aufschraubet, die Luft bestmöglich

lich herauspumpet, den Hahn verschließt, sie wegnimmt, an einer recht empfindlichen Wage ins Gleichgewicht bringt, sodann den Hahn öffnet, und die Luft wieder hineinläßt; so wird dadurch das Gleichgewicht aufgehoben, und das, was man auf der andern Seite zur Herstellung desselben beylegen muß, zeigt das Gewicht der Luft im hohlen Raume der Kugel an. Gesetzt dieser wäre = ½ Kubikfuß, und man müßte bey einer Barometerhöhe von 28 Zoll, und einer Temperatur von 10 reaum. Gr. zur Herstellung des Gleichgewichts 397 Gr. beylegen; so wäre das Gleichgewicht eines Kubikfußes Luft = 794 Gr. = 1 Unz. 3 Qu. 2 Gr. welches mit Hrn. Lavisiers Versuchen übereinkommt.

§. 266.

Was (§. 189) von einem ins Wasser gesenkten Körper gesagt worden, gilt auch hier von einem mit Luft allenthalben umgebenen, er wird nemlich von dieser in die Höhe getrieben, mit einer Kraft, die dem Gewichte der aus der Stelle getriebenen Luft gleich ist. Wenn in dem Gefäße a c f b (Fig. 89.) die Luft bis a b reicht, und der Raumesinhalt der Kugel c = 1 Kubikfuß ist; so wird die Kugel mit einer Kraft von 1 Unz. 3 Qu. 2 Gr. in die Höhe getrieben. Wäre sie selbst nur 1 Unze schwer, so müßte sie, wie Holz im Wasser, steigen.

§. 267.

Man pflegt manchesmal im Scherze die Frage aufzuwerfen, ob ein Pfund Federn, oder ein Pfund Bley schwerer sey. Im Ernste genommen fällt aber dennoch die Antwort wider die Federn für das Bley aus, weil ein Pfund Federn wegen den grossen Raum, den es einnimmt, merklich mehr Luft auf die Seite treibt, mithin auch stärker in die Höhe getrieben wird, als das Bley. Nehmen wir 100 Pf. Korkholz, und eben so viel Bley, so nehmen die 100 Pf. Korkholz einen Raum von ohngefähr 6,25 Kubikfuß, und die 100 Pf. Bley von ohngefähr 0,125 Kubikfuß ein, wie sich aus §§. 34, und 35 finden läßt. Es verliert demnach das Korkholz 6,25 mal 794 = 4968 Gr. und das Bley 0,125 mal 795 = 99 Gr., und jenes um 4869 Gr. = 8,6 Unzen mehr, als dieses. Auf der Wage wiegen sie zwar gleich, die 100 Pf. Korkholz haben aber dennoch um 8,6 Unzen weniger Masse, als die 100 Pf. Bley.

§. 268.

Hätte die Luft durchaus gleiche Dichtigkeit; so müßte die Kugel c (Fig. 89.) wenn sie einmal zu steigen anfangt, so lange fort steigen, bis sie die Grenze der Luft erreicht hätte. Weil aber die Dichtigkeit der Luft immer kleiner wird, je höher die Kugel hinauf kommt; so kann sie nur so lange steigen, bis sie mit der Luft im Gleichgewicht ist.

Es sey v der Raumesinhalt der Kugel in Kubikfußen, und g das Gewicht eines Kubikfußes Luft, so ist v. g die Schwere der äußern Luft im Raumesinhalt der Kugel, und zugleich die Kraft, mit welcher sie diese in die Höhe drückt.

Die Kugel sey ein Luftball, und mit einer leichten Luftart z. B. mit brennbarer Luft gefüllt, deren Gewicht im Raume eines Kubikfußes $= \gamma$ ist; so ist v. γ die Schwere der innern Luft, welche der äußern entgegen wirkt.

Das Gewicht der leeren Kugel, sammt dem, was etwa an selber angehangen seyn mag, sey $= q$; so ist $v.\gamma + q$ das ganze Gewicht der Kugel.

Ist nun $v. g > v. \gamma + q$; so muß sie steigen, und zwar mit einer Kraft $k = v. g - (v. \gamma + q) = v. (g - \gamma) - q$.

Beym Luftball, in welchem Charles den 1. Dezember 1783 aufstieg, war $v = 9202,77$ Kubikfuß, $g = 839$ Gr., $\gamma = 190$ Gr., $q = 604,5$ Pfund. Folglich

$k = 648,06 - 604,5 = 43,56$ Pf.

Es war aber der Ball nicht ganz aufgeblasen, sondern ohngefähr $\frac{1}{28}$ davon leer gelassen. Also war v nur $= 8874,1$ Kubikfuß, und $k =$ ohngefähr 20 Pfund.

§. 269.

Soll der Ball nicht steigen, sondern gerade nur schweben; so muß $k = 0$, mithin $q = v. (g - \gamma)$ seyn.

Es

Es sey l die dem Ball angehangene Last, s die Oberfläche desselben, m das Gewicht des zur Hülle desselben gebrauchten Stoffes; so ist $q = l + m s$, und $l + m s = v (g - \gamma)$.

Man setze den Durchmesser des Balls $= d$; so ist $s = \pi d^2$, und $v = \frac{1}{6} \pi d^3$. Dieß subtrahirt giebt

$$l + m \pi d^2 = \tfrac{1}{6} \pi d^3 . (g - \gamma)$$

$$l = \tfrac{1}{6} \pi d^3 . (g - \gamma) - m \pi d^2$$

$$6 l = \pi d^3 . (g - \gamma) - 6 m \pi d^2$$

$$\frac{6 l}{\pi} = d^3 (g - \gamma) - 6 m d^2$$

$$\frac{6 l}{\pi (g - \gamma)} = d^3 - \frac{6 m d^2}{g - \gamma}$$

Es sey $l = 455,2$ Pf. $= 7283,2$ Unz., g wie zuvor $= 839$ Gr., $\gamma = 190$ Gr.; so ist $g - \gamma = 649$ Gr. $= 1,126$ Unz., und es ergiebt sich, wenn man für π den ein für allemal bekannten Werth $= 3,1416$ setzt,

$$\frac{6 l}{\pi (g - \gamma)} = \frac{6 . 7283,2}{3,1416 . 1,126} = 12354 = d^3 - \frac{6 m d^2}{g - \gamma}$$

Ein Quadratfuß des Stoffes, woraus die Hülle des Balles gemacht ist, nemlich m sey $= 1\frac{1}{8}$ Unz. $= 1,125$ Unz., so ist ohne merklichen Fehler

$$\frac{6 m d^2}{g - \gamma} = 6 d^2, \text{ und folglich}$$

$$d^3 - 6 d^2 = 12354.$$

Man

Man setze für d nach, und nach verschiedene Werthe; so ergiebt sich daß d = 25 zu klein, hingegen d = 26 zu groß, und mithin der Durchmesser des Balles, wenn er nicht steigen, sondern gerade nur schweben soll, zwischen 25, und 26 Fuß enthalten seyn.

§. 270.

Hat der Ball weiter keine Last zu tragen, oder ist l = 0; so ist

$$d^3 = \frac{6\,m\,d^2}{g-\gamma}, \text{ und } d = \frac{6\,m}{g-\gamma}$$ d. i. Man

erhält den Durchmesser eines in der Luft gerade nur schwebenden Balles in Füßen, wenn man das sechsfache Gewicht eines Quadratfußes von dem Stoffe, woraus der Ball gemacht ist, durch den Unterschied der Gewichte eines Kubikfußes äußerer, oder innerer Luft dividirt.

Hiernach läßt sich der kleinste Durchmesser eines kugelförmigen Luftballes, der aus verschiedenen Stoffen verfertiget, und mit allerhand leichtern Luftarten angefüllt ist, berechnen.

Z. B. Ein Quadratfuß des Goldschlagerhäutgens, aus welchem der Ball verfertiget ist, wiege 48 Gran. Von der äußern Luft habe ein Kubikfuß 780 Gran. Die innere sey sechsmal leichter, und wiege ein Kubikfuß davon nur 130 Gr.; so ist der Durchmesser des kleinsten, gerade nur schwebenden Balles, nemlich

$$d = \frac{6.\,48}{780-130} = \frac{288}{650} = 0{,}443\ldots \text{ Fuß} = 5 \text{ Zoll}$$ 3 Linien.

§. 271.

§. 271.

Soll sich der leere Ball bis zu einer gewissen Höhe erheben; so muß man zuvor aus §. 237 suchen, wie schwer in der gegebenen Höhe ein Kubikfuß Luft sey, den Werth davon anstatt g setzen, und den Durchmesser darnach berechnen.

Hat man den Durchmesser, ohne auf die Höhe, die der Ball erreichen soll, Rücksicht zu nehmen, schon größer gemacht, als $\frac{6\,m}{\gamma - g}$; so steigt der Ball so lange, bis

$$d = \frac{6\,m}{g - \gamma}, \text{ oder bis}$$

$$g - \gamma = \frac{6\,m}{d}$$

$g = \frac{6\,m}{d} + \gamma$ wird, wofür man nach obigen §. 237 die zugehörige Höhe finden kann.

Logarithmische Aufgaben.

Die vieljährige Erfahrung hat mich belehrt, daß Anfängern die Rechnungen mit Logarithmen meistens deßwegen schwer vorkommen,

weil sie die Logarithmentafeln nicht recht zu gebrauchen wissen. Um ihnen auch in diesem Stücke zu Hilfe zu kommen, und die Arbeit, soviel möglich zu erleichtern, will ich noch einige Aufgaben über den Gebrauch der kleinern Logarithmentafeln des Vlacq, Wolf rc. hersetzen.

Aufg. 1. Den Logarithmus einer Zahl zu finden, welcher über 4 doch aber auch nicht über 8 Ziffern enthält, z. B. wenn ihre Ziffern 31415926 sind.

Aufl. 1) Man betrachte die ersten vier Ziffer als eine ganze Zahl, und die übrigen als einen ächten Dezimalbruch z. B. 3141,5926.

2) Man suche die Differenz zwischen dem Logarithmus der ganzen Zahl, und dem nächstfolgenden z. B.

Log. 3142 = 3,4972062
Log. 3141 = 3,4970679

Differenz = 0,0001383

3) Weil die Differenzen solcher Zahlen, die über 1000 gehen, und nur um Eins, oder noch weniger unterschieden sind, den Differenzen ihrer Logarithmen, wenigstens bis zur siebenten Dezimalzahl, ziemlich genau geometrisch proportional sind; so verhält sich 1, als der Unterschied der Zahlen 3142, und 3141, zu 0,5926 als

den

den Unterschied der Zahlen 3141,5926, und 3141, wie sich 0,0001383, als der Unterschied der den Zahlen 3142, und 3141 zugehörigen Logarithmen, zu x, als den Unterschied der den Zahlen 3141,5926, und 3141 zukommenden Logarithmen verhält, oder es ist

1 : 0,5926 = 0,0001383 : x, und x = 0,0000819....

4) Man addire diese gefundene Zahl zum Logarithmus der ganzen Zahl

3,4970679
0,0000819 : so ist die

Summe = 3,4971498 ; der Logarithmus der Zahl 3141,5926.

5) Man mache die Kennziffer des Logarithmus um 1 kleiner, als die Anzahl der Ziffer in der gegebenen Zahl beträgt; so ist 7,4971498 = Log. der Zahl 31415926.

Aufg. 2. Für eine gemischte Zahl den gehörigen Logarithmus zu finden.

Aufl. 1) Wenn der angehängte Bruch nicht schon ein Dezimalbruch ist; so verwandle man ihn in einen solchen.

2) Wenn nun die gemischte Zahl nicht über vier Ziffern enthält z. B. 17,70 (§. 67.) so betrachte man sie als eine ganze 1770, und

suche in den Tafeln den ihr zugehörigen Logarithmus 3,2479733.

3) Man mache die Kennziffer derselben um 1 kleiner, als die Anzahl der Ziffern beträgt, aus denen in der gemischten Zahl die ganze besteht; so hat man den verlangten Logarithmus der gegebenen gemischten Zahl. Im Beyspiel Log. 17,70 = 1,2479733.

4) Enthält die num. 1 erhaltene gemischte Zahl mehr als vier Ziffer z. B. 3,1415926 (§. 191. Seite 177); so betrachte man sie ebenfalls als eine ganze Zahl, behandle sie aber nach der in der vorigen Aufgabe num. 1. 2. 3. 4. vorgeschriebenen Art.

5) Zuletzt mache man wieder wie oben num. 3. die Kennziffer des erhaltenen Logarithmus um 1 kleiner, als die Anzahl der Ziffern beträgt, aus denen in der gemischten Zahl die ganze Zahl besteht; so erhält man den Log. 3,1415926 = 0,4971498.

Aufg. 3. Die Zahl zu finden, die einem Lodarithmus zugehört, dessen Kennziffer größer als 3 ist, Mantisse aber genau in den Tafeln vorkommt. z. B. 6,0000000 (§. 109).

Aufl. 1) Man suche den Logarithmus unter der Kennziffer 3 auf.

2)

2) Schreibe die daneben stehende Zahl heraus.

3) Hänge ihr aber am Ende so viele Nullen an, als viele Einheiten man von dem Kennziffer weggenommen; so hat man die verlangte Zahl. Im Beyspiele ist 1000000 die dem Logarithmus 6,0000000 zugehörige Zahl.

Aufg. 4. Die Zahl zu finden, die einem Logarithmus zugehört, dessen Kennziffer zwar kleiner als 3, Mantisse aber nicht genau in den Tafeln vorkommt.

Erste Auflösung. 1) Man suche den gegebenen Logarithmus unter der Kennziffer 3.

2) Findet man nun unter diesem Kennziffer die Mantisse genau; so ist die daneben stehende Zahl, als ein Dezimalbruch betrachtet, in welchem die Anzahl der Ziffern vor dem Comma um 1 größer ist, als die Kennziffer des gegebenen Logarithmus, diejenige, welche gesucht wird.

Z. B. Es sey der gegebene Logarithmus 1,970486. Wenn man ihn unter dem gegebenen Kennziffer suchet, findet man ihn nicht genau. Unter dem Kennziffer 3 aber findet man ihn vollkommen genau, und die daneben stehende Zahl ist 9343. Folglich ist der Dezimalbruch

bruch 93,43 die dem gegebenen Logarithmus zugehörige Zahl.

3) Findet man aber die Mantisse des gegebenen Logarithmus auch unter der vergrösserten Kennziffer nicht genau; so nehme man denjenigen Logarithmus, dessen Mantisse zunächst kleiner, als die im gegebenen.

4) Die Zahl die diesem zugehört betrachte man wiederum, wie zuvor, als einen Dezimalbruch, in welchem die Anzahl der Ziffern vor dem Comma um 1 größer ist, als die Kennziffer des gegebenen Logarithmus.

Z. B. Es sey der gegebene Logarithmus 1,2480160 (§. 67.); so ist die Zahl für den Logarithmus, dessen Mantisse mit der Kennziffer 3 zunächst kleiner ist, 1770. Mithin ist die Zahl, welche dem gegebenen zugehört: 17,70.

Will man im zweyten Falle die Zahl genauer haben; so verfahre man auf folgende Art.

Zweyte Auflösung. 1) Man suche die Zahl, welche dem nächstkleinern Logarithmus zugehört.

2) Ziehe diesen vom gegebenen, und

3) von dem nächstgrößern ab, und

4) su-

4) suche zur zweyten Differenz, zur ersten, und zu 1 die vierte geometrische Proportionalzahl x.

5) Setze ihre Ziffern zu der dem nächst kleinern Logarithmus zugehörigen Zahl, und betrachte diese als einen Dezimalbruch, in welchem die Anzahl der Ziffern vor dem Comma um 1 größer ist, als die Kennziffer des gegebenen Logarithmus beträgt.

Z. B. Es sey
der gegebene Logarithmus 1,2480160; so ist
der nächstkleinere 1,2304489 = Log. 17

erste Differenz = 0,0175671

der nächst größere 1,2552725
1,2304489

zweyte Differenz = 0,0248236

Mithin nach num. 4
0,0248236 : 0,0175671 = 1 : x, und x = 0,70769 . . . Also die gesuchte Zahl für den gegebenen Logarithmus = 17,70769. . .

Wäre der gegebene Logarithmus 2,2480160; so wäre die ihm zugehörige Zahl = 177,0769. . .

Aufg. 5. Die Zahl zu finden, die einem Logarithmus zugehört, dessen Kennziffer 3, oder größer als 3 ist, und dessen Mantisse ebenfalls nicht genau in den Tafeln vorkommt.

Aufl. 1) Man betrachte die Kennziffer des gegebenen Logarithmus als 3.

2) Und verfahre wie in der vorigen Aufgabe in der zweyten Auflösung vorgeschrieben worden.

Z. B. Wenn der gegebene Logarithmus 5,2480160 wäre; so fände man die dazugehörige Zahl = 177076,9 ...

Aufg. 6. Den Logarithmus eines gemeinen Bruches z. B. $\frac{5}{9}$ zu finden.

Aufl. Man subtrahire den Logarithmus des Zählers von dem Logarithmus des Nenners; so ist die Differenz negativ genommen der verlangte Logarithmus.

$$\begin{array}{rl} \text{Z. B. Log. } 9 = & 0,9542425 \\ \text{Log. } 5 = & 0,6989700 \\ \hline \text{Log. } \frac{5}{9} = & -0,2552725 \end{array}$$

Aufg. 7. Den Logarithmus eines Dezimalbruches z. B. 0,27 (§ 109) zu finden.

Aufl. Man ziehe den Logarithmus der Zahl, die er enthält, von der Anzahl seiner Dezimalstellen ab, und nehme die Differenz negativ.

Z. B. im Bruche 0,27 sind 2 Dezimalstellen,

folglich	2,0000000
Log. 27 =	1,4313638
Log. 0,27 =	− 0,5686362

Aufg. 8. Für einen negativen Logarithmus den zugehörigen Dezimalbruch zu finden.

Aufl. 1) Man betrachte den gegebenen Logarithmus als positiv, und subtrahire ihn von der Summe seiner Kennziffer n, und der Zahl 4.

2) Suche für den Logarithmus, der übrig bleibt, die ihm zugehörige Zahl; so ist der Dezimalbruch von (n + 4) Dezimalstellen, in welchem diese Zahl die niedrigsten Stellen einnimmt, der verlangte.

Z. B. Es seye der negative Logarithmus − 0,0289825 (§. 191.)

so

so ist 4,0000000
$\underline{0,0289825}$

3,9710175. Die zu diesem Logarithmus gehörige Zahl fällt zwischen 9354, und 9355, also ist der verlangte Dezimalbrnch = 0,9354.

Wäre der gegebene Logarithmus — 2,0289828; so wäre der dazugehörige Dezimalbruch = 0,009354.

Histo-

Historisch = kritische Uebersicht der statischen Wissenschaften.

Die statischen Wissenschaften hatten vor Zeiten einen weit größern Umfang, als heut zu Tage. Ehedem gehörte zur Statik alles, was in Ansehung der Schwere einer mathematischen Untersuchung fähig war. Sie enthielt daher ausser den Gesetzen des Gleichgewichtes, auch noch die der Bewegung, und der Mechanik blieb weiter nichts, als die Lehre von den Maschinen übrig. Erst in den neuesten Zeiten sind die Grenzen der statischen Wissenschaften auf die Lehre vom Gleichgewicht eingeschränkt worden.

Gleichwie bey andern Wissenschaften der praktische Theil viel älter ist, als der theoretische, so trifft dieß auch bey den statischen Wissenschaften ein. Man bediente sich z. B. des Hebels, und anderer Werkzeuge, ehe man über ihre Wirkungen nachgedacht, und sie auf allgemeine Gesetze zurückzuführen wußte. Archimed machte in Bearbeitung des theoretischen Theiles den ersten Vorgänger.

Man

Man wird ohne Zweifel schon von selbst bemerkt haben, daß der im 55sten § angeführte Lehrsatz, als der Haupt- und Grundsatz der ganzen Geostatik angesehen werden müsse, der gleich dem Schlußsteine eines Gewölbes dem ganzen Gebäude Haltung, und Festigkeit verschaffet. Daher hat ihn schon Archimed in seinem Werke: de Aequiponderantibus mit vielem Scharfsinne, und zwar aus der Idee vom Schwerpunkte, wovon er der Erfinder ist, zu beweisen gesucht.

Mit dieser Beweisart war man auch bis zu Ende des vorigen Jahrhunderts zufrieden, wo man wider die bisherige Gewohnheit anfieng dem Gebäude, anstatt dasselbe zu erweitern, eine sicherere Grundfeste zu geben. Nachdem Barrow wider Archimeds Beweis einige Zweifel angeführt, dachte sein Schüler Newton auf einen andern, und leitete den Satz aus der Zusammensetzung der Kräfte her. Allein die zween Mathematiker Bernoulli, Vater, und Sohn, nemlich Johann, und Daniel Bernoulli, wie auch d'Alembert bewiesen wider Newton, und Varignon, der mit diesem ebenfalls die ganze Statik auf die Zusammensetzung der Kräfte baute, das Gegentheil, und behaupteten, daß diese erst aus der Lehre vom Hebel bewiesen werden müßte. Dieß mag vielleicht die Ursache seyn, warum Wolf in seinen mathematischen Werken noch den archimedischen Beweis vorgetragen.

In-

Inzwischen hat Descartes die ganze Statik aus einem neuen Grundsatze hergeleitet. Nach ihm sind zwey Gewichte miteinander im Gleichgewicht, wenn sie sich umgekehrt verhalten, wie die Höhe, und Tiefe, um welche das eine steigen, und das andere sinken müßte, wenn sich der Hebel um seine Unterlage drehete. Oder nach der 16ten Figur ist p mit q im Gleichgewicht, wenn $p : q = Bh : dA$. Die Ursache hievon ist, weil in diesem Falle die Produkte der bewegten Massen in ihre Geschwindigkeiten gleich sind, und mithin die Kräfte, mit denen sich der Hebel nach entgegengesetzten Seiten zu drehen strebt, einander aufheben. Diesem Satze hat man aber zwo Ausstellungen gemacht. Erstens, daß er nicht evident genug sey für einen Grundsatz. Zweytens, daß beym Gleichgewicht, wo der Hebel still steht, von keiner Bewegung, und folglich auch von keiner Geschwindigkeit die Rede seyn soll. Daher hat H. Kästner im Jahre 1753 in einem Programma: Vectis, et compositionis virium theoria evidentius exposita, von dem Satze des § 55 einen schärfern Beweis, mit welchem der in eben genannten § vorgetragene in der Hauptsache übereinkommt, gegeben. Vor H. Kästner haben schon de la Hire, und Maclaurin, besonders ersterer ähnliche Beweise geführt. Was die erste Einwendung betrifft; so ist es allerdings richtig, daß der kästnerische Beweis mehr Evidenz gewähre, als des Cartesius seiner.

Wenn

Wenn man aber anbey noch verlanget, daß beym Gleichgewicht gar nicht einmal die Rede von einer Bewegung seyn solle; so scheint doch auch diese Forderung allzu groß. Ja wenn man die Sache recht genau nimmt; so scheint sie vielmehr gar unmöglich zu seyn. Denn wenn zwey Kräfte miteinander im Gleichgewichte sind, d. i. einander aufheben; so heißt dieß nichts anders, als daß die Bewegungen, die sie in dem nemlichen Punkt zugleich hervorbringen, einander gleich, und entgegengesetzt sind, und mithin einander aufheben. Da die Bewegung in dem Begriffe einer Kraft, als Ursache einer Bewegung, schon enthalten ist; so ist es unmöglich bey der Vorstellung einer Kraft, von der Bewegung, die sie entweder wirklich hervorbringt, oder doch hervorzubringen strebt, ganz zu abstrahiren. Recht beym Licht betrachtet; so kann man selbst beym kästnerischen Beweis von der Bewegung nicht ganz abstrahiren: denn der Beweis des Satzes § 55 beruht auf dem Satze des § 54, welcher nur daher seine Evidenz hat, daß sich die Bewegungen, welche die Gewichte in den Punkten a und b (Fig. 1.) hervorbringen, einander aufheben.

Die Lehre von der geneigten Ebene haben wir nach H. Kästners Methode aus der Zusammensetzung, und Zerlegung der Kräfte, die eine unmittelbare Folge von der Lehre des Hebels ist, hergeleitet. H. Wolf, und andere mit ihm betrachten in dem auf der geneigten Ebene liegenden

den Körper einen Winkelhebel. Dieß geht an, in so fern man sich den Körper allemal als eine Kugel vorstellt. Aber ohne dieser Vorstellung ist die Annahme eines Winkelhebels gezwungen, und unnatürlich.

In der Geschichte der Hydrostatik dürfen wir um 100 Jahre weiter zurückgehen. Schon bey Aristoteles trifft man einige Betrachtungen hierüber an. In seinem Buche vom Himmel behauptet er, daß die Oberfläche des Meeres eine Kugel bilden müsse, aus dem Grunde, daß alle Wassertheilchen gleich stark nach dem Mittelpunkt der Erde hinstreben. Wenn also ein Stück von der flüßigen Kugel weggeschnitten würde; so müßten die nächsten Theile den Abschnitt alsogleich ausfüllen, um dem Mittelpunkt näher zu kommen. Weniger glücklich war Aristoteles in andern Erklärungen. Die Ursache, warum die Schiffe im Hafen tiefer einsinken, und mehr beladen zu seyn scheinen, als auf dem hohen Meere, nimmt er daher, weil im Hafen weniger Wasser als auf dem hohen Meere ist, und das wenigere Wasser keine so grosse Kraft hat das Schiff zu heben, als das mehrere. Das erste Buch, das über die Hydrostatik geschrieben worden, haben wir wieder vom Archimed unter dem Titel: Περι των οχουμενον βιβ β. De Insidentibus Humido Libri II, wovon aber der griechische Text verlohren gegangen. Ohne einer Abtheilung Erwähnung zu thun, haben wir von § 167 bis § 189 vom Gleichgewicht

der

der flüßigen Körper unter sich, und in den folgenden, mit festen Körpern gehandelt. Der zweyte von diesen Theilen ist älter, als der erste, welcher erst zu Anfang des vorigen Jahrhunderts bearbeitet worden ist. Stevin hat zuerst erwiesen, daß gleiche Böden der Gefäße gleich stark gedrückt werden, wenn das Wasser über dieselben gleich hoch steht (§ 175), und daß sich der Druck, den ein gegebener Seitentheil eines Gefäßes leidet, verhalte, wie das Gewicht einer Wassersäule, deren Grundfläche so groß ist, als der gegebene Seitentheil, und deren Höhe so viel beträgt, als die Höhe des Wassers über den Mittelpunkt derselben (§ 178). Seit dem haben sich mehrere Gelehrte, z. B. Boyle, Mariotte, d'Alembert, Leon. Euler, Kästner u. a. m. bemühet, die Hydrostatik, theils gründlicher zu beweisen, theils mehr zu erweitern, und auf mehrere Fälle anwendbar zu machen. Der Satz, daß flüßige Körper nicht im Verhältniße ihrer Masse, sondern ihrer Höhe, und Grundflächen drücken, uud daß daher ein einziges Pfund Wasser einen sehr grossen Druck hervorbringen könne, wie wir beym anatomischen Heber gesehen (§. 185), war dem Boyle so auffallend, daß er einer seiner Schriften den Titel: Paradoxa hydrostatica, gegeben. In einer andern: Medicina hydrostatica hat er den Umlauf des Geblütes, und der Säfte im menschlichen Körper nach hydrostatischen, und hydraulischen Grundsätzen erkläret, und dadurch

den

den Aerzten zu vielen blos mechanischen Erklärungen der physiologischen Phänomene Anlaß gegeben.

Nachdem man sich, den Satz des § 169 zu beweisen, vergeblich viele Mühe gegeben, hat man denselben blos als einen Erfahrungssatz angesehen. Ueberhaupt hat man in den allerersten Gründen der Hydrostatik mehrere Schwierigkeiten gefunden, die man sich nicht heben konnte. Die Ursache scheint mir aber ganz offenbar am Tage zu liegen, und keine andere zu seyn, als weil man bishero einen ganz irrigen Begriff von flüßigen Körpern zum Grunde gelegt, indem man sehr unrichtig ihren Unterschied von den festen in dem geringern Grade des Zusammenhanges der Theile gesetzt, da es doch bey einer Materie, um flüßig zu seyn, nicht auf den Grad des Widerstandes ankommt, den sie dem Zerreissen, sondern nur dem Verschieben ihrer Theile aneinander entgegensetzt. Man betrachte die Bewegung eines Fisches in dem Wasser. Diese hat auf den Zusammenhang desselben gar keinen Bezug: denn es wird dadurch wirklich kein Zusammenhang des Wassers aufgehoben, und die Berührung desselben unter sich nicht gemindert, sondern nur verändert. Es mag der Zusammenhang so stark seyn, als man will; so bleiben die Theilchen doch eben so beweglich, als wenn sie sich in einem leeren Raume befänden, weil die Attraktionen, welchen sie nach jeden entgegengesetzten Seiten ausgesetzt sind,

sich gegenseitig einander aufheben, und die Kraft, welche sie aneinander verschieben will, keinen Zusammenhang zu überwinden hat. H. Karsten leitet in seinem Lehrbegriffe der gesammten Mathematik die wagerechte Oberfläche des Wassers wirklich daher, daß seine Theilchen sich an, und nebeneinander von einer ungemein geringen Kraft bewegen lassen, ohnerachtet er in der Definition, die er von flüßigen Körpern giebt, von dieser Eigenschaft gar keine Erwähnung thut, sondern ihren Unterschied von den festen, nach der bisher gewöhnlichen Art von dem sehr schwachen, und unmerklichen Zusammenhange ihrer Theile ableitet. H. Karsten scheint demnach, ohne es selbst bemerkt zu haben, die Unrichtigkeit seines Begriffes von flüßigen Körpern eingesehen zu haben.

Die absolute Dichtigkeit, welche (§ 170) den flüßigen Körpern beygelegt wird, mag vielleicht manchen Physiker bedenklich vorkommen. Erstens weil es keine zween Körper giebt, welche das nemliche respektive, und eigenthümliche Gewicht haben, wie es doch bey der absoluten Dichtigkeit seyn zu müssen scheint. Zweytens, weil die Porosität, als eine allgemeine Eigenschaft der Körper, wie man bisher dafür hielt, damit nicht bestehen kann. Allein das erste ist gar keine Folge, wenn man bedenkt, daß die völlige Erfüllung eines Raumes dennoch verschiedene Grade haben könne. Durch das zweyte verliehrt die Physik nichts, sondern gewinnt

viel:

vielmehr dabey. Wenn man den Durchgang des Lichts durch durchsichtige Körper aus der Porosität erklärt; so verwickelt man sich in der That in eine neue Verlegenheit, die weit größer ist, als die vorige. Denn da z. B. ein Stück Glas von allen möglichen Gesichtspunkten aus durchsichtig ist; so folgt, wenn der Durchgang des Lichts auf der Porosität beruht, daß das Glas nach allen möglichen Richtungen in geraden Linien durchlöchert, mithin nach allen möglichen Richtungen von aller Materie leer, folglich in demselben überall kein Glas da seyn müßte. Was die Analogie, durch die man die Porosität auf alle Körper insgesammt auszudehnen pflegt, betrifft; so beweiset sie hier nichts, weil sie die Erfahrung wider sich hat, indem man auch mit den allerbesten Vergrößerungsgläsern in den flüßigen Körpern keine discrete Theilchen hat wahrnehmen können. Zu dem Ende giebt es wirklich noch ein anders Mittel, durch welches sich auch diejenige Phänomene, zu deren Erklärung man die Porosität hauptsächlich annehmen zu müssen geglaubt, dennoch ganz wohl erklären lassen. Hoffentlich wird doch die Neuheit dieses Satzes Niemanden anstößig seyn, da schon H. Kästner (Anfangsgründe der angew. Math. Hydr. § 2.) sagt, daß man einen flüßigen Körper als stettig, mithin als absolut dicht, betrachten könne, ob sich gleich nicht einsehen läßt, wie sich diese Eigenschaft aus der von ihm

§ 1 gegebenen Definition eines flüßigen Körpers herleiten lasse.

Die jüngste unter den statischen Wissenschaften ist die Aerostatik. Wolf hat zuerst verschiedene vor ihm angestellte Versuche über die Eigenschaften der Luft gesammelt, seine eigene beygesetzt, und in seinen mathematischen Werken im Jahre 1709 unter dem Titel: Elementa Aerometriae, herausgegeben. Wenn man gleich schon von den Zeiten des Aristoteles her von der Schwere der Luft einige Kenntniß gehabt, so war diese Kenntniß doch nur muthmaßlich, und unbestimmt, von der man weiter auch keinen Gebrauch zu machen gewußt. Erst in der Mitte des vorigen Jahrhunderts hat ein mißlungener Versuch zur weitern Entwickelung dieser merkwürdigen Eigenschaft Gelegenheit gegeben. Als man zu Florenz in dem Garten des Großherzogs ein Saugewerk baute, um das Wasser auf eine gewisse Höhe zu bringen, geschah es, daß es wider alle Erwartung allemal bey der Höhe von ohngefähr 32 Fuß stehen blieb, und sich mit aller Mühe und Fleiße nicht höher bringen ließ. Man war in Verlegenheit, und wußte sich nicht zu helfen. Selbst der berühmte Galileus, Professor der Mathematik zu Florenz, den man hierüber um Rath fragte, wußte keine andere Auskunft zu geben, als daß er nach den damals herrschenden Grundsätzen der skolastischen Physik sagte, daß zwar das Wasser wegen dem Abscheu, den die Natur vor dem leeren Raume hat, in

dem

dem Saugewerke steigen müsse, daß aber dieser Abscheu doch seine Grenzen habe, und sich nur auf die Höhe von ohngefähr 32 Fuß erstrecke.

Allein dem Torricellius, des Galilei Schüler, und Nachfolger im Lehramte gefiel seines Lehrers Erklärung nicht, indem er gar wohl einsah, daß der Abscheu der Natur vor dem leeren Raume sowohl, als die angeblichen Grenzen desselben ganz ohne Grund, blos der Erklärung wegen willkührlich angenommene Dinge wären. Um die wahre Ursache dieser so sonderbaren Erscheinug ausfindig zu machen, stellte er den § 220 beschriebenen Versuch an. Als er hiebey sahe, daß die obere Fläche des Quecksilbers in der Röhre mit der Luft in keiner Berührung stehe, von welcher doch ihre untere Fläche berührt wurde, und daß sich die Höhe des Quecksilbers zur Höhe des Wassers in dem Saugewerke verhalte wie das eigenthümliche Gewicht des Wassers zu dem des Quecksilbers, glaubte er annehmen zu därfen, daß nicht der Abscheu der Natur vor dem leeren Raume, sondern der Druck der Luft die wahre Ursache des Steigens des Wassers in den Saugewerken, wie auch der Erhaltung des Quecksilbers in der Röhre sey, und daß eben diese Höhe des Wassers in dem Saugewerke, und des Quecksilbers in der Glasröhre die Größe dieses Drnckes anzeigen. Diese § 220 beschriebene Anrichtung heißt heut zu Tage noch die torricellische Röhre, und der leere Raum b g die torricellische Leere. Dieser

Ge-

Gedanke, der vom Torricellius dem P. Mersenne, und durch diesen sogleich allen europäischen Mathematikern bekannt gemacht worden, wurde durchgehends mit größten Beyfalle aufgenommen, besonders nachdem Perrier auf Pascals Anrathen den nemlichen Versuch auf einem ohngefähr 500 Klafter hohen Berg angestellt, und gefunden, daß das Quecksilber daselbst um 3 Zoll niedriger, als an dem Fuße des Berges, stehe, und also mit der auf dem Quecksilber stehenden Luftsäule, auch die Höhe der aufrecht erhaltenen Quecksilbersäule verkürzt werde, zum Zeichen, daß zwischen beyden Säulen ein Gleichgewicht statt finde. Dieser entscheidende Versuch brachte Pascaln ferner auf einen andern Gedanken, daß sich nemlich mit dem Barometer die Höhe eines Ortes über andere, auch noch so weit entfernte, messen liesse. So leicht die Ausführung dieses Vorschlages beym ersten Anblick zu seyn scheint; so war sie doch grossen Schwierigkeiten unterworfen, von denen selbst Pascaln schon eine bekannt war, nemlich die Fähigkeit der Luft sich zusammendrücken zu lassen. Es ist kein Zweifel, daß der Erfinder dieses schönen Gedankens selbst denselben würde in Ausführung gebracht haben, wenn er nicht zubald das Studium der Physik verlassen hätte, um sich der Theologie widmen zu können. Jedoch haben bald, ohngefähr 20 Jahr, darauf Mariotte, und Boyle den im 232ten § angeführten Satz durch Versuche festgesetzt, aus dem sich,

wie

wie wir in den folgenden §§ gesehen, Pascals Vorschlag in Ausübung bringen läßt. In den neuesten Zeiten hat sich vorzüglich H. de Lüc durch sein Werk: Untersuchungen über die Athmosphäre hierinn berühmt gemacht.

Nachdem man durch des Torricellius Versuch eingesehen, daß sich wirklich luftleere Räume hervorbringen lassen, hat man seine Gedanken dahin gewandt, wie man theils größere solche Räume, theils auf eine bequemere Art dieselben erhalten könnte. Dieß veranlaßte einen gewissen churbrandenburgischen Rath, und Bürgermeister zu Magdeburg Otto von Guericke die Luftpumpe zu erfinden, mit der er im Jahre 1654 auf dem Reichstage zu Regensburg, wo er sich Staatsgeschäfte halber aufhielt, in Gegenwart des Kaisers Ferdinand III, und anderer Reichsfürsten viele Versuche angestellt. Der Churfürst von Maynz, und Bischof von Würzburg Joh. Philipp fand an diesen Versuchen soviel Vergnügen, daß ihm Otto Guericke seine Pumpe sammt aller Zugehör auf der Stelle überlassen mußte. Hiedurch lernte der damalige berühmte Professor der Mathematik zu Würzburg Caspar Schott dieses Instrument kennen, machte die Versuche nach, setzte sich mit Guericke in Briefwechsel, und fügte dann seinem im Jahre 1657 unter den Titel, Ars mechanico-hydraulico-pneumatica herausgegebenen Werke die Beschreibnng der guerickischen Versuche bey. Als Robert Boyle aus diesem Buche Guerickens Pumpe kennen lernte,

brach-

brachte er sogleich an selber so beträchtliche Verbesserungen an, daß er von vielen als der Erfinder derselben gehalten, und der dadurch hervorgebrachte leere Raum bis jetzt die boylische Leere genannt wurde, ob er gleich selbst Guericken die Ehre der Erfindung mit vielem Lobe zuschreibt. Seit dem ist diese merkwürdige Maschine durch Papin, Senguerd, Hauckbee, Gravesand, Nollet, Smeaton, und Cuthbertson noch mehr verbessert worden. Unter den wohlfeilsten empfiehlt sich die sehr niedlich gearbeitete, und bequeme Cabinetantlia des H. Branders, jetzt Höschels in Augsburg, welche sammt Zugehör 16 Caroline kostet.

Seit Erfindung der Luftpumpe scheint die Aerostatik bis auf unsere Zeiten einen Stillstand gemacht zu haben, wo sie durch die Erfindung der Luftbälle einen neuen Zuwachs erhalten. Die zween Brüder Steph. und Jos. Montgolfier Inhaber einer Papierfabrike zu Annonay in Frankreich kamen durch die Beobachtung des Ganges der Wolken auf den Einfall eine künstliche Wolke zu verfertigen, und selbe mittels einer eingeschlossenen leichtern Luftart zum Steigen zu bringen. Sie hatten sich einen grossen Ballon aus Leinwand, und Papier verfertiget, mit einem aus angezündeten Strohe entwickelten Dunst gefüllt, und es dahin gebracht, daß er sich von selbst erhob, und eine Höhe von 1000 Klaftern erreichte. Dieß geschah den 5. Jul. 1783. Kaum hatte sich die Nachricht von diesem grossen Versuche

suche verbreitet; so waren die Gelehrten in Paris, vorzüglich Charles Professor der Physik schon entschlossen, den Versuch nachzumachen. Charles kannte zwar das Mittel noch nicht, dessen sich die Montgolfier, ihren Ball zu füllen, bedient hatten, aber seine aufgeklärte Kenntniß in der Physik sagte ihm sogleich, daß eine Kugel aus Taffend von 12 — 18 Fuß im Durchmesser mit einer leichtern Luftart, z. B. mit brennbarer Luft gefüllt, ohnfehlbar in die Höhe steigen müßte. Und wirklich hatte er schon am 27. Aug. des nemlichen Jahres durch die glückliche Ausführung seines Projekts ganz Paris in Verwunderung, und Erstaunung gesetzt. Eine Kugel von 12 Fuß im Durchmesser, und mit brennbarer Luft gefüllt, stieg in Zeit von 2 Minuten auf eine Höhe von 488 Klaftern, verschwand in den Wolken, und fiel nach ¾ Stunden 5 Stunden von Paris sanft wiederum nieder. Den 15ten Oktober machte Pilatre de Rozier schon die erste Luftreise in einem nach montgolfierscher Methode gefüllten Balle, wobey er aber die Maschine noch mit Stricken halten ließ. Den 21sten November bestieg er die Maschine wiederum, und überließ sich mit glücklichen Erfolge der Richtung des Windes. Gleichwie aber Pilatre de Rozier die Ehre gehabt, der erste Luftschiffer gewesen zu seyn; so hatte er auch das Unglück das erste Opfer dieser schönen Erfindung zu werden, indem er den 15ten Junius

nius 1785 bey seiner kühnen Ueberfahrt über den Kanal aus der Luft herabstürzte, und zerschmettert ward. Inzwischen haben auch Charles, und Robert den 1sten Dezember 1783 in einem nach ihrer Erfindung mit brennbarer Luft gefüllten Ball von 26 Fuß im Durchmesser mit glücklichsten Erfolge eine Luftreise gemacht. Sie giengen in einer Höhe von 250 — 300 Klaftern über zwo Stunden lang fort, und liessen sich in den Feldern von Neesle 9 Stunden weit von Paris nieder. Schon war die Sonne untergegangen, als Robert ausstieg, und Charles allein sich wieder auf eine dem Aetna gleiche Höhe von 1500 Klaftern aufschwang, wo er die Sonne nochmal erreicht, und dieselbe im nemlichen Tage zum zweytenmale untergehen gesehen hatte. Nach 35 Minuten kam er etwas über eine Meile weit von dem Orte, wo er die Erden verlassen hatte, glücklich wieder zurück. Seit dem hat man die nach Montgolfiers Methode mit einer durchs Feuer entweder verdünnten, oder aus demselben entwickelten Luftart gefüllten Luftbälle, **Montgolfier**, hingegen die nach Charles Methode mit brennbarer Luft gefüllte Bälle, **Aerostaten** genannt.

„Zu was nützen diese Bälle?„ hatte man bey deren erstem Erscheinen gefragt. „Zu was nützt das so eben gebohrne Kind?„ hatte Franklin darauf geantwortet. Die bisher angestellten Luftfahrten sind freylich grossen Theils

nur

nur blosse Schauspiele gewesen, aus denen wir weder für die Wissenschaften, noch für das gemeine Leben einige erhebliche Vortheile gezogen. Erst kürzlich hat die Nation, welcher die Ehre dieser Erfindung zugehört, einen ernsthaftern Gebrauch von derselben zu machen, und den Luftball, als ein Werkzeug ihres verderblichen Krieges, zu benutzen angefangen. Der Ball, den die Franzosen laut öffentlicher Berichte bey ihrer fürchterlichen Nordarmee im vergangenen Jahre 1795 öfters haben steigen lassen, war nicht sphärisch, sondern elliptisch, indem er 29 Fuß in der Länge, 19 in der Höhe, und 57 im Umfange hatte. Von der Gondel gieng eine Schnur auf die Erde herab, woran der mit dem Ball aufgestiegene Beobachter die Papiere, an die ein Stück Bley gebunden war, herabließ. Bey widrigen Winde ward er von 30 — 40 Pferden gezogen, und gehalten. Als er am 23. Jun. aufstieg, sagten die Generäle, und Staabsoffiziere, „das ist eine Verstärkung von 50000 Mann, die der Armee zugeschickt wird.„ Vermög dem Berichte, den der Deputirte Fourcroy über die Künste, die der Republik zur Vertheidigung dienten, den 3ten Januar 1795 ablegte, haben sich mehrere Gelehrte vereinigt, die Kunst der Aerostation zu vervollkommnen, und es dahin zu bringen, sie in Lagern, in Festungen, und selbst im Gewühle der Schlacht auszuüben. Sie haben schon ein neues Mittel

 gelie-

geliefert, mit geringen Kosten, und mit Materien, die man überall findet, jene leichte Flüßigkeit, welche die Bälle auseinander spannt, in hinlänglicher Menge selbst für den geräumigsten Ball zu erzeugen. In Lyon haben sie eine Fabrike errichtet, in welcher für die Aerostaten ein bis dahin unbekannter Seidenstoff verfertiget wird, der eine besondere Leichtigkeit, und Stärke in einem Grade, den man nicht zu hoffen wagte, in sich vereiniget. Sie haben schon mehrere Kompagnien von Aerostiere gebildet, und für selbe neue Manövres erdacht. Bald sollen die französischen Armeen auch ihre Kompagnien von Aerostiern haben. Fourcroy setzt noch bey, daß die ganze Anstalt von Guyton Morveau, dem diese Kunst das meiste zu danken habe, in einem eigenen Werke beschrieben werde.

Verbesserungen.

Seite	Zeile	statt	lies
7	6	$D = \frac{34,8}{1}$;	$D = \frac{43,8}{1}$
31	16	— 1440	— 14400

67 am Ende kann folgendes, wenn es beliebig, beygesetzt werden. Man erhält also die gesuchte Entfernung, wenn man im ersten Falle die Differenz, im zweyten aber die Summe der Momente durch die Summe der Gewichte dividirt.

Seite	Zeile	statt	lies
68	8	— Schwerpunkt	— Schwerpunkt h
73	30	— dieser	— jener
106	28	— $\frac{1}{3}$ a	— $\frac{2}{3}$ a
154	19	— 5100	— 2100
156	25	— hinfällt	— hineinfällt
166	10	— d a. a d	— d a. e d
175	7	— $\pi d^3 6x$	— $\pi d^3 = 6x$
176	17	— 20 Pf.	— 30 Pf.
177	15	— Kugel	— Schale.

Tab. I.

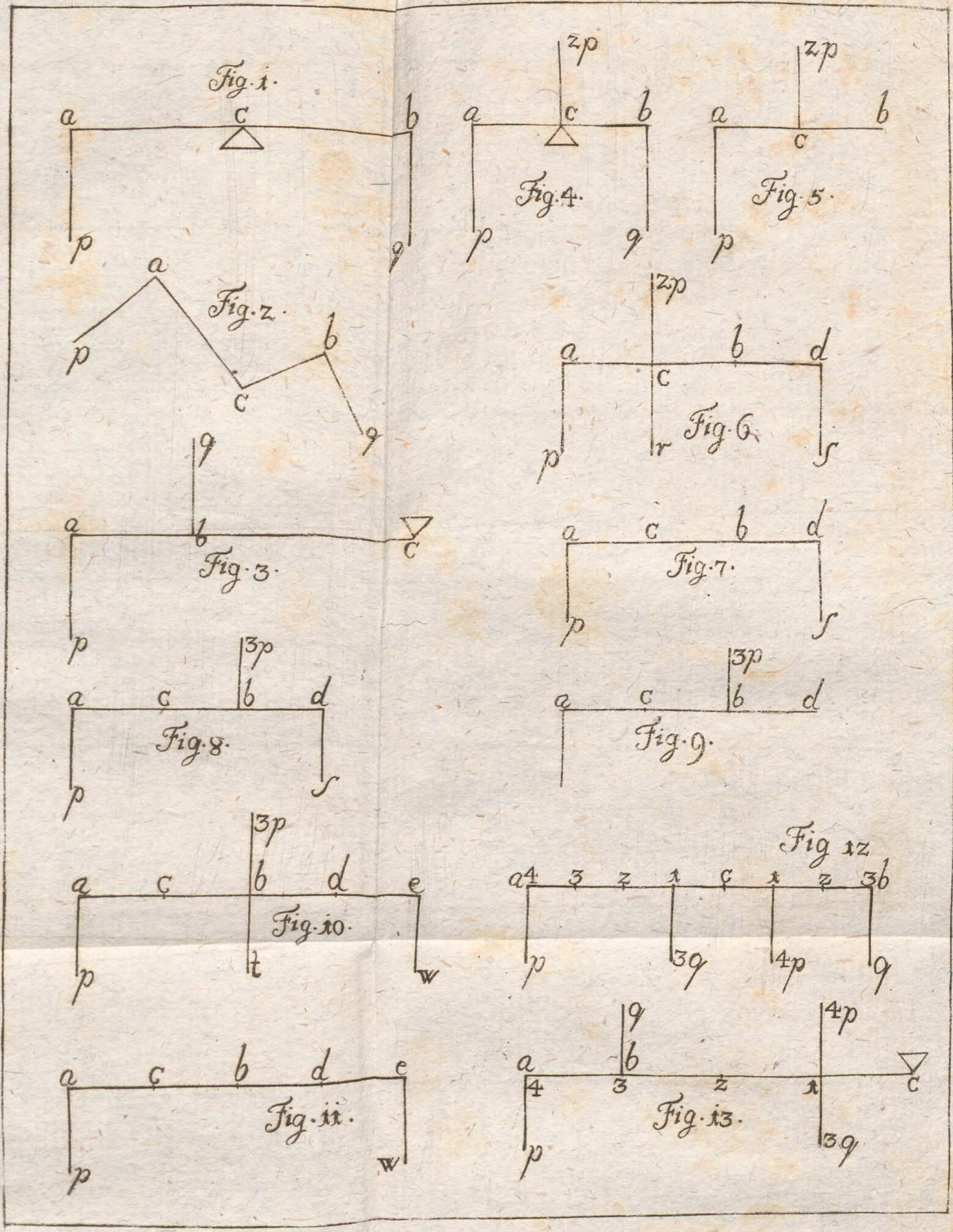
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12
Fig. 13.

Tab: II.

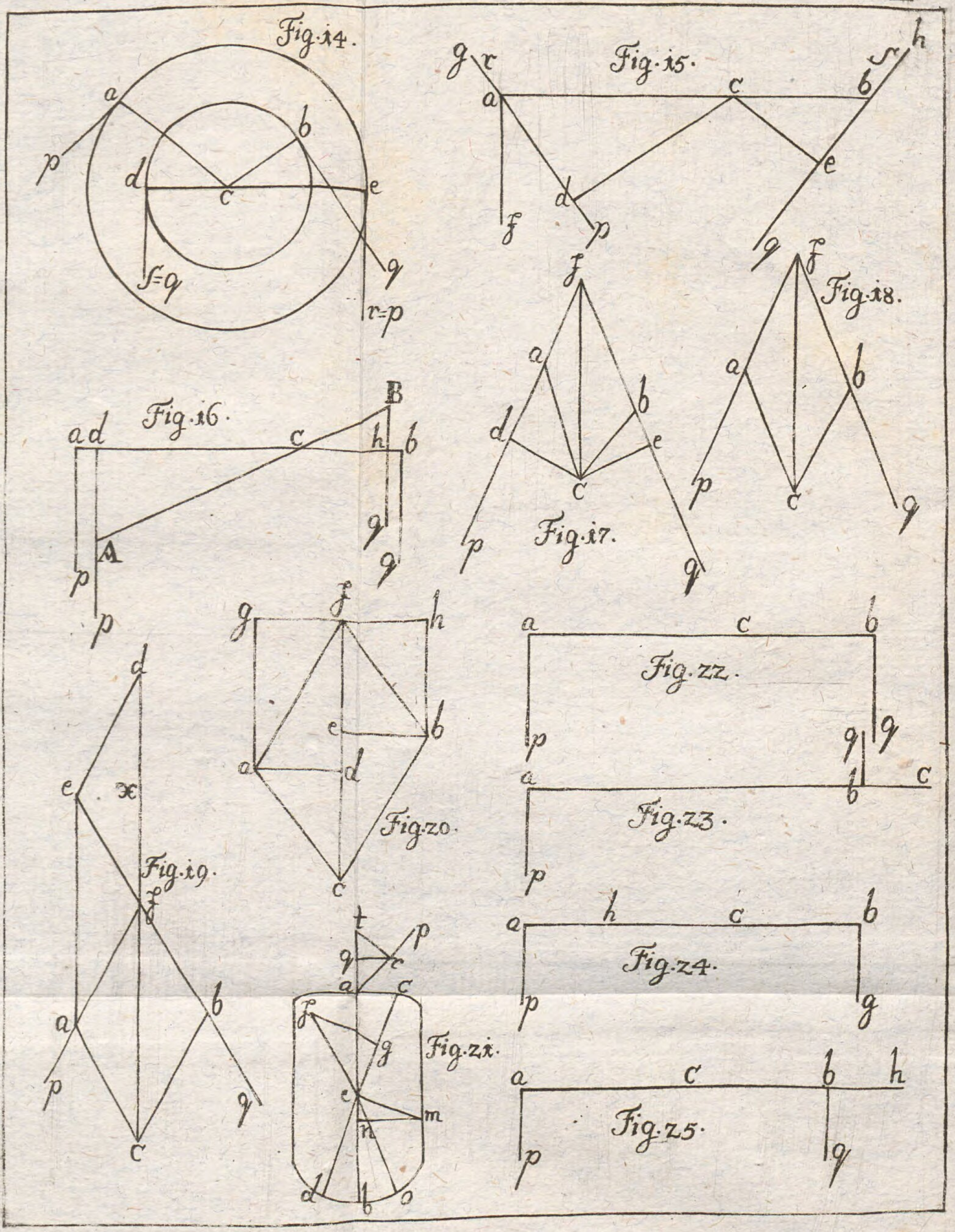

Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 25.

Tab: III.

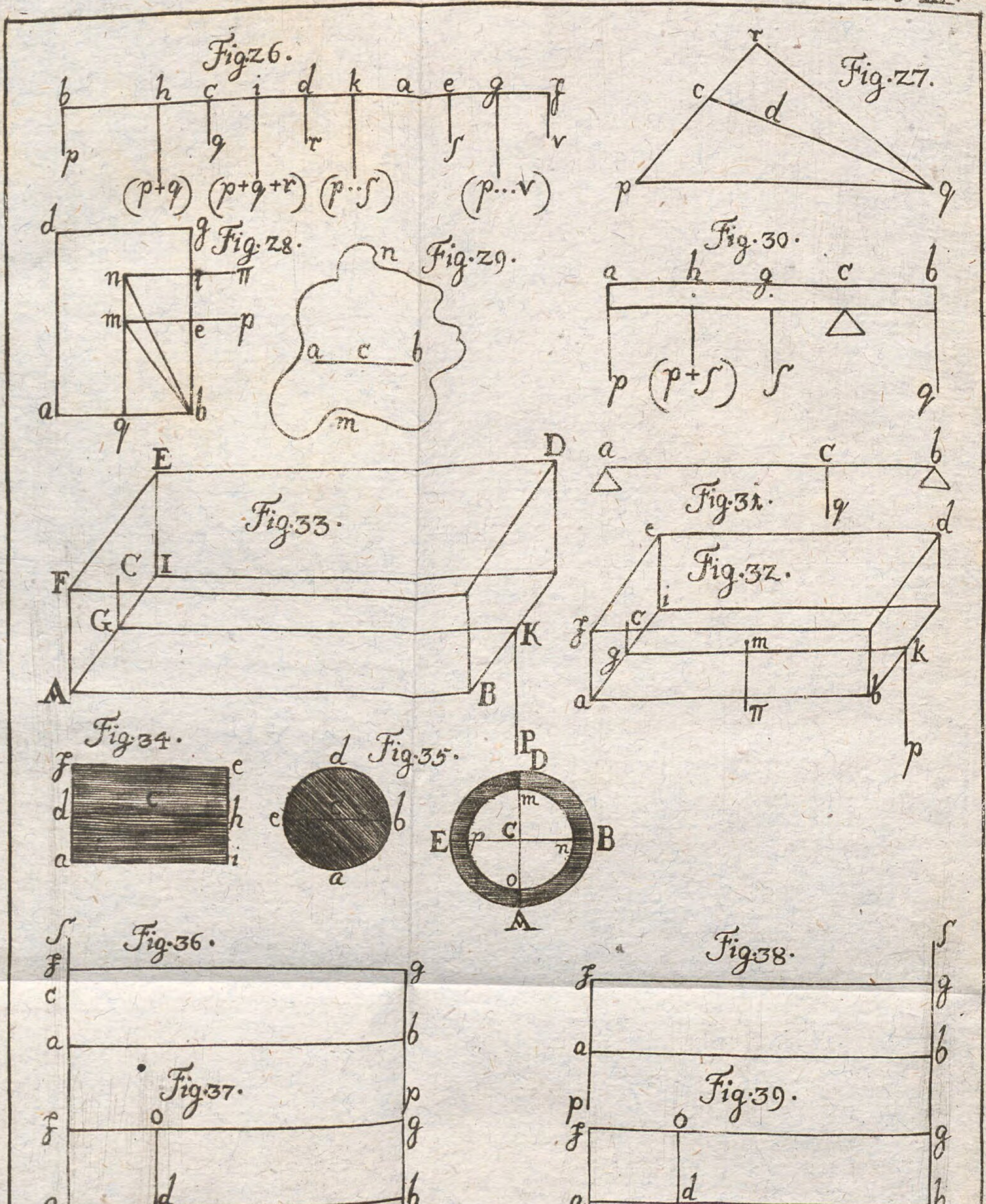
Fig. 26.
Fig. 27.
Fig. 28.
Fig. 29.
Fig. 30.
Fig. 31.
Fig. 32.
Fig. 33.
Fig. 34.
Fig. 35.
Fig. 36.
Fig. 37.
Fig. 38.
Fig. 39.

Tab. IV.

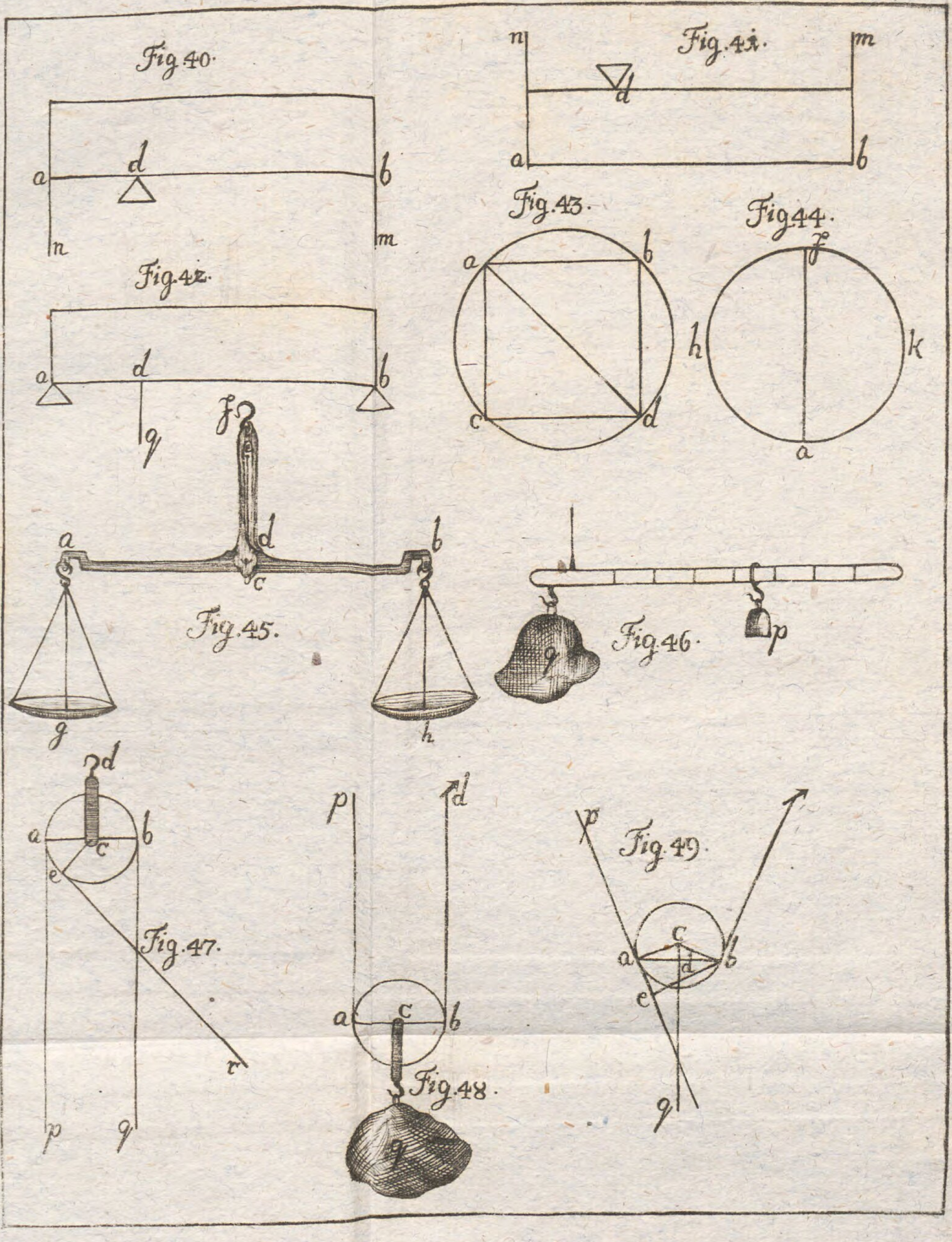
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
Fig. 43.
Fig. 44.
Fig. 45.
Fig. 46.
Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.

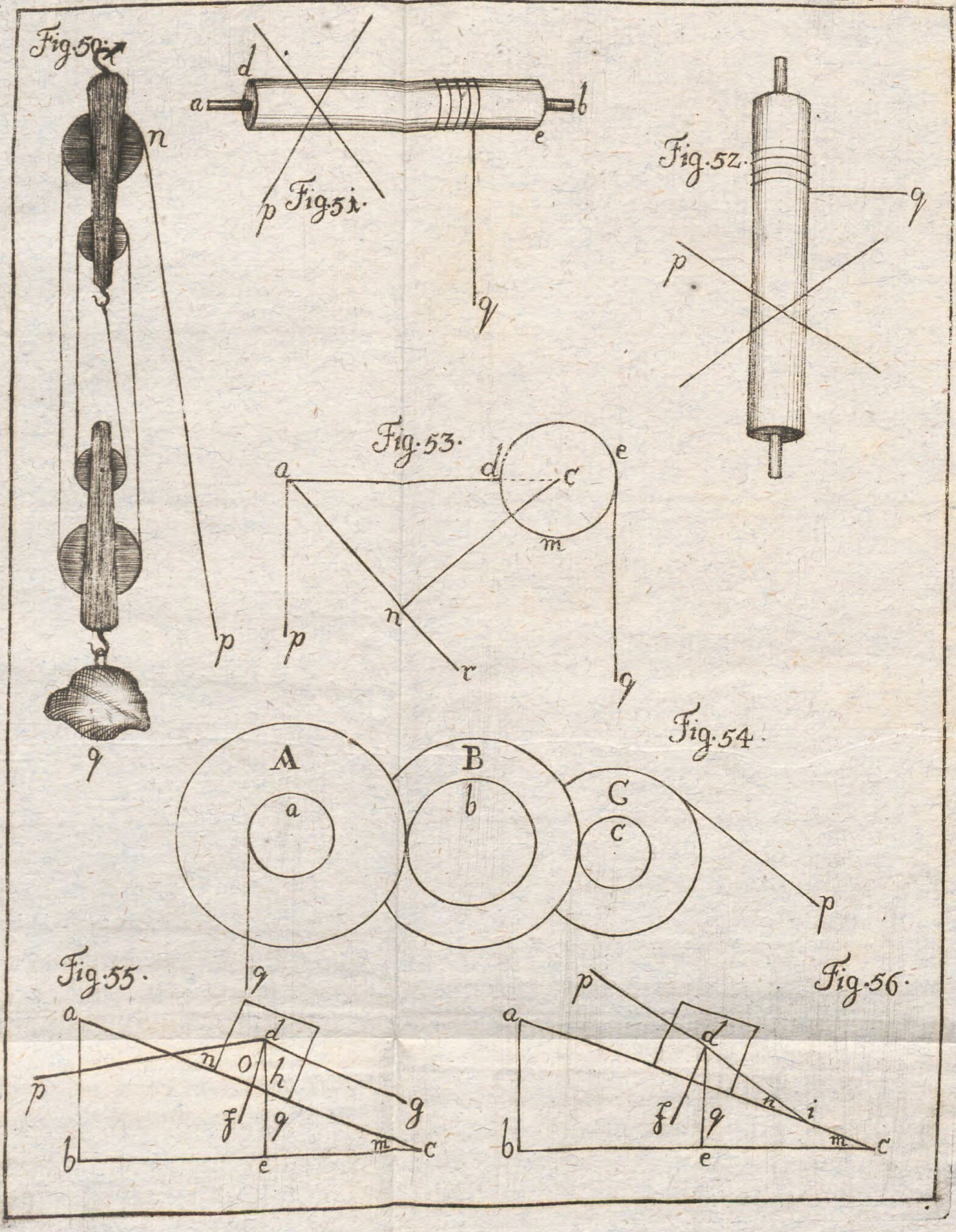
Fig. 50.
n
p
q
Fig. 51.
a
b
d
e
p
q
Fig. 52.
p
q
Fig. 53.
a
d
c
e
m
n
p
r
q
Fig. 54.
A
a
B
b
C
c
p
q
Fig. 55.
a
b
c
d
e
f
g
h
m
n
o
p
q
Fig. 56.
a
b
c
d
e
f
i
m
n
p
q

Tab: VI.

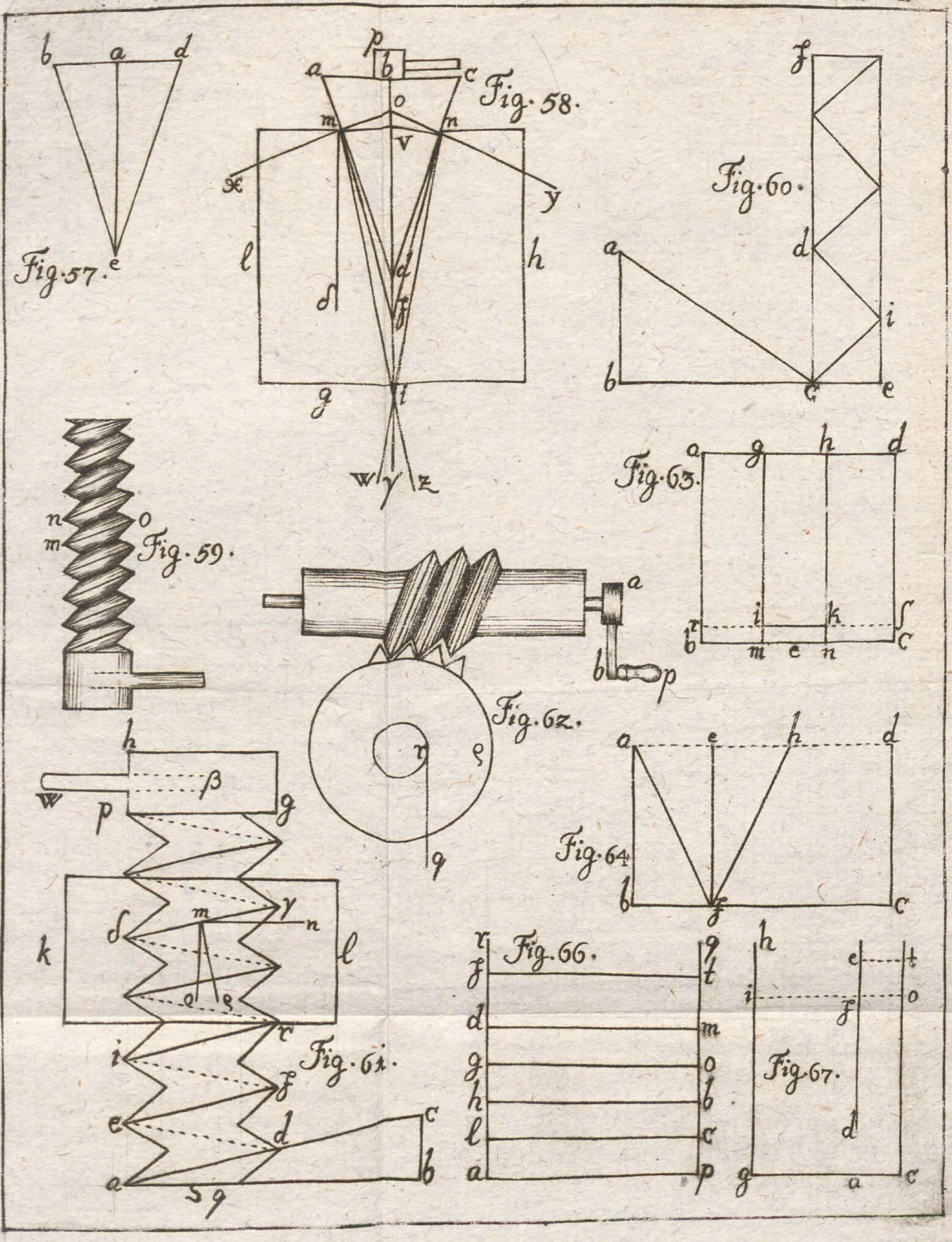

Fig. 57.
Fig. 58.
Fig. 59.
Fig. 60.
Fig. 61.
Fig. 62.
Fig. 63.
Fig. 64.
Fig. 66.
Fig. 67.

Tab:VII.

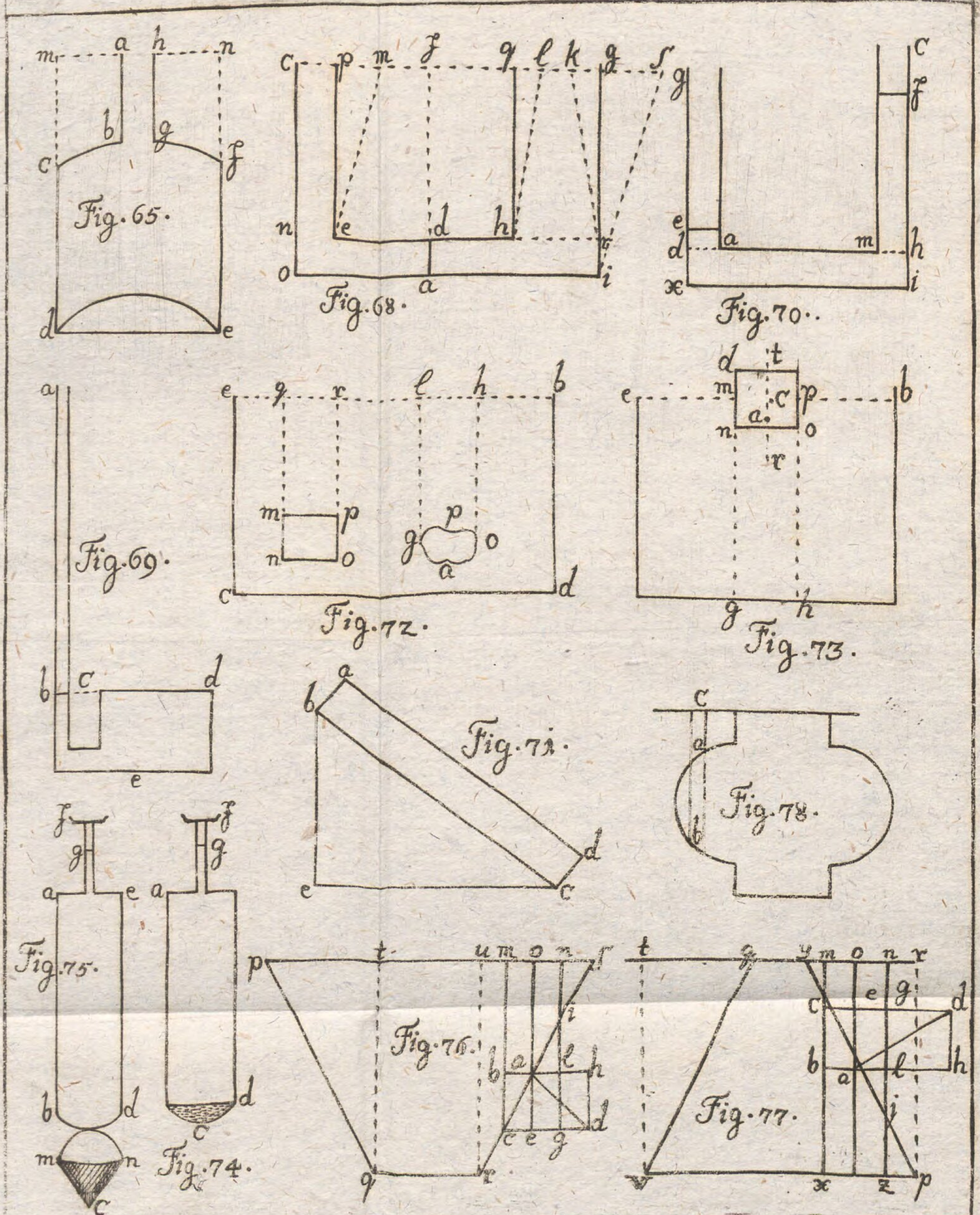

Fig. 65. Fig. 68. Fig. 70. Fig. 69. Fig. 72. Fig. 73. Fig. 71. Fig. 78. Fig. 75. Fig. 74. Fig. 76. Fig. 77.

Tab: VIII.

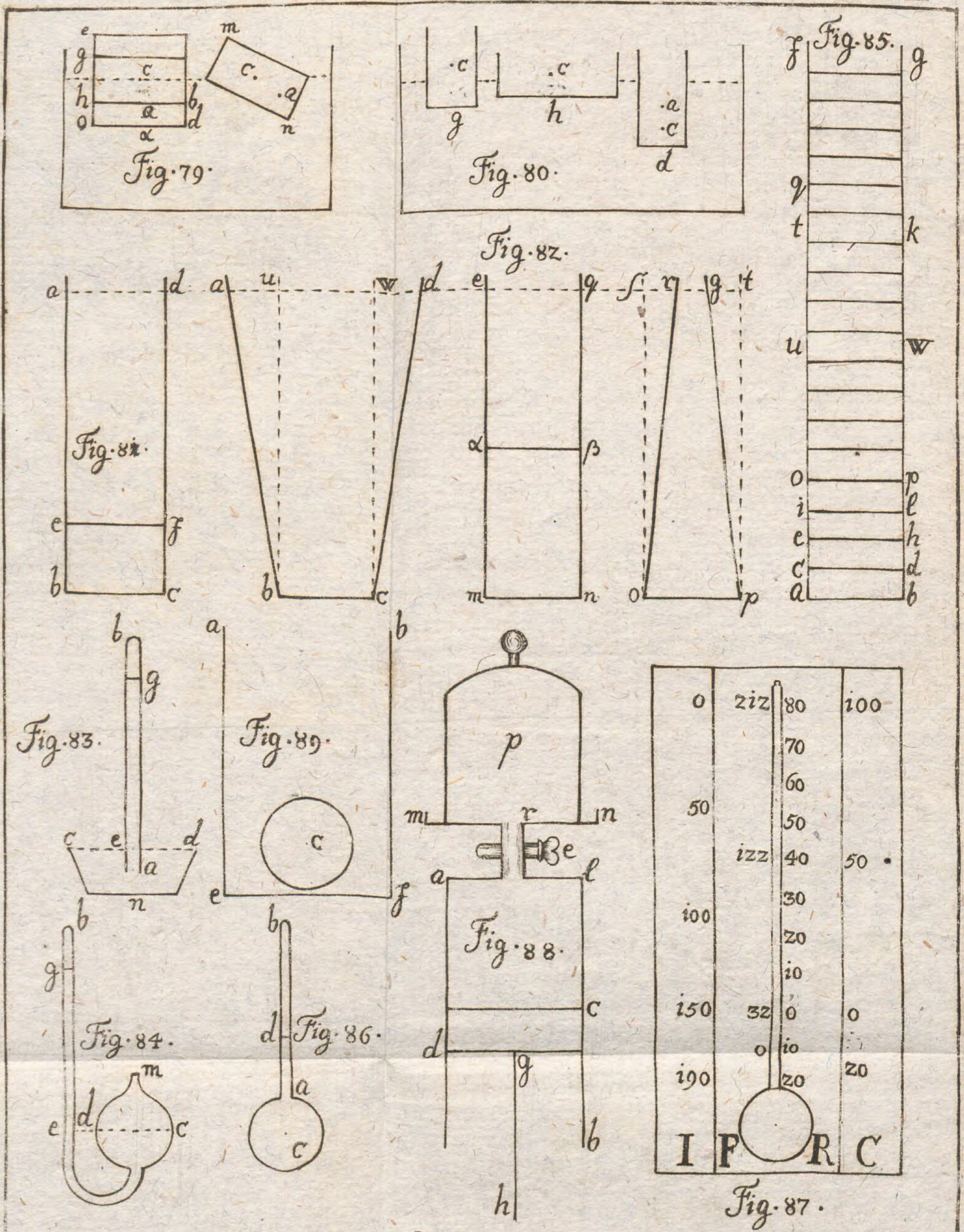
Fig. 79.
Fig. 80.
Fig. 85.
Fig. 82.
Fig. 81.
Fig. 83.
Fig. 89.
Fig. 88.
Fig. 84.
Fig. 86.
I F R C
Fig. 87.

Ist mir von dem Hl. Verfasser verehrt worden.

Joh: Carl: von Lippert

1796.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Knogler, Gabriel,

Elemente der angewandten Mathematik die Geostatik, Hydrostatik und Aerostatik

Ingolstadt 1796

Math.a. 128
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10080837-2
VD18 1534276X-001